



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**MODELOVÁNÍ A ANALÝZA ODEZVY AUXETICKÝCH  
MATERIÁLŮ NA MECHANICKÉ ZATÍŽENÍ**

MODELLING AND ANALYSIS OF AUXETIC MATERIALS RESPONSE ON THE MECHANICAL LOADING

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Tomáš Vítek**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.**

**BRNO 2021**



# Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky  
Student: **Tomáš Vítek**  
Studijní program: Strojírenství  
Studijní obor: Základy strojního inženýrství  
Vedoucí práce: **Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.**  
Akademický rok: 2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## **Modelování a analýza odezvy auxetických materiálů na mechanické zatížení**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

První částí práce bude provedení rešeršní studie v oblasti auxetických materiálů (čili materiálů se záporným Poissonovým poměrem) s cílem analyzovat aktuálně používané auxetické struktury ve 2D i ve 3D, jejich výhody a nevýhody, způsoby jejich modelování a možného využití. V další části práce provede student u zvolených struktur ve 2D (případně i 3D) výpočtovou analýzu jejich odezvy na mechanické zatížení a provede analýzu prakticky dosažitelných rozsahů Poissonových poměrů u dané struktury. Cílem je identifikovat parametry, které Poissonův poměr auxetické struktury primárně ovlivňují. Uvedené poznatky budou sloužit pro návrh auxetických struktur, které budou mít předem definovaný Poissonův poměr či tuhost. Výpočtová analýza bude provedena s využitím SW na bázi metody konečných prvků, případně může být doplněna u vybraných struktur dostupným analytickým modelem.

### **Cíle bakalářské práce:**

- 1) Provedení rešerše na téma auxetické materiály, možnosti jejich využití a způsoby modelování jejich odezvy na mechanické zatížení.
- 2) Vytvořit parametrické výpočtové modely vybraných 2D případně 3D auxetických struktur a analyzovat jejich makroskopické elastické charakteristiky v závislosti na geometrických parametrech struktury.
- 3) Zmapovat vliv jednotlivých parametrů na tuhost a Poissonův poměr auxetické struktury a dále analyzovat limity těchto materiálových charakteristik, které je možné pro danou strukturu dosáhnout.
- 4) Provést porovnání odezvy auxetické struktury na tlakové/tahové zatížení spočítané na jejím modelu s dostupnými experimenty z literatury.

**Seznam doporučené literatury:**

YANPING, L., HONG, H., A review on auxetic structures and polymeric materials, Scientific Research and Essays Vol. 5 (10), pp. 1052-1063, 2010.

MIR, M., NAJABAT, M.A., SAMI, J., AND ANSARI U., Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures, Advances in Materials Science and Engineering, Vol. 2014, pp.1-17, 2014.

SHOKRI, M.R., HATAMI, H., AHMAD, Z., YASURI, K. Analytical solution and finite element approach to the dense re-entrant unit cells of auxetic structures, Acta Mechanica, Vol. 230, pp.2171–2185, 2019.

ANSYS Inc. ANSYS Release 2019 R3 User's Manual. Pennsylvania: Swanson Analysis Sys. Inc, 2019.

[www.ansys.com](http://www.ansys.com).

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

# ABSTRAKT

Předložená bakalářská práce se zabývá výpočtovou analýzou auxetických materiálů, zejména jejich odezvou na aplikované mechanické zatížení. V rešeršní části je popsán historický vývoj těchto materiálů, jejich významné mechanické vlastnosti, způsoby modelování a možnosti praktického využití. Výpočtová část práce se zabývá detailní analýzou vybraných auxetických struktur s cílem stanovit jejich elastické charakteristiky v závislosti na různých geometrických parametrech dané struktury a rovněž v závislosti na velikosti aplikované deformace. Výpočtové modelování je primárně provedeno s využitím programu ANSYS Mechanical APDL založeném na metodě konečných prvků (MKP), jejíž princip je velmi stručně vysvětlen. Dále je v práci popsán postup tvorby parametrického modelu a redukce celé struktury na geometrii o minimálním rozsahu (části základní buňky). Podrobně je vysvětleno vytváření sítě konečných prvků, aplikace příslušných okrajových podmínek a vyhodnocení. Hodnoty elastických charakteristik určené s využitím numerických simulací jsou v práci srovnány i s dostupným analytickým modelem. Prezentovány jsou závislosti elastických charakteristik auxetických struktur pro široký rozsah hodnot zvolených geometrických parametrů a aplikovaných deformací struktury, uvažovaných jak v oblasti malých tak velkých deformací. Za zjištěných závislostí je následně diskutován vliv těchto parametrů na odezvu auxetické struktury při mechanickém zatížení. V závěru práce jsou výpočtem určené elastické charakteristiky konfrontovány s experimentálními daty dostupnými v literatuře a na základě tohoto srovnání je diskutována věrohodnost a přesnost použitého výpočtového modelu.

# ABSTRACT

This bachelor's thesis is focused on auxetic materials, especially on their response on the mechanical loading. Historical development, significant mechanical properties, different ways of modelling and possible practical applications of these materials are described in the research part of the thesis. The computational part deals with the detailed analysis of selected auxetic structures in order to evaluate their elastic properties depending on different geometric parameters and also on the magnitude of applied deformation. Computational modelling is primarily performed using the software ANSYS Mechanical APDL based on the finite element method (FEM). This method is briefly explained in one chapter. In the following part of the thesis the process of creating a parametric model and reducing the whole structure to a minimum geometry size (a part of a basic unit) is described. A detailed explanation of generating the mesh and setting appropriate boundary conditions is also included together with the results evaluation. Elastic properties obtained by numerical simulations are then compared to available analytical model. Dependencies of elastic properties are presented for a wide range of values of selected geometric parameters and applied deformations of the structure considering small and large deformation regimes. An influence of these parameters on a structure response during the mechanical loading is discussed based on these dependencies. At the end of the thesis the values of elastic properties computed using a finite element method are confronted to the experimental data available in the literature and the validity of the computational model is considered based on this comparison.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Auxetický materiál, elastické charakteristiky, MKP model, Ansys

## **KEYWORDS**

Auxetic material, elastic properties, FEM model, Ansys

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

VÍTEK, T. *Modelování a analýza odezvy auxetických materiálů na mechanické zatížení*. Brno, 2021. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132112>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Oldřich Ševeček.

## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením Ing. Oldřicha Ševečka, Ph.D. a s použitím uvedené literatury.

V Brně, dne 10. května 2021

.....

Tomáš Vitek



## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji tímto vedoucímu práce Ing. Oldřichu Ševečkovi, Ph.D. za velmi vstřícný přístup a cenné odborné rady. Dále bych chtěl poděkovat také své rodině a přátelům za jejich plnou podporu v celém průběhu studia.

# OBSAH

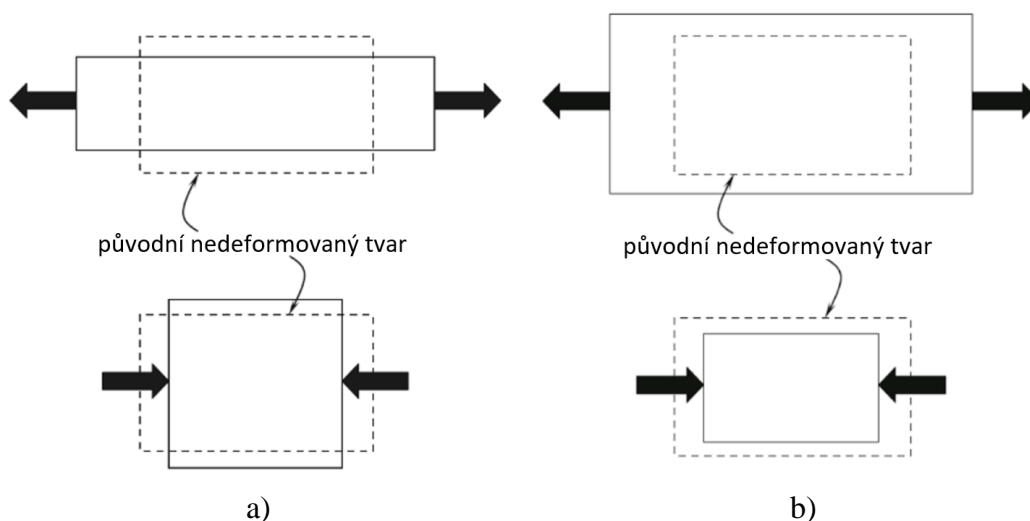
1	ÚVOD .....	11
2	REŠERŠE AUXETICKÝCH MATERIÁLŮ .....	12
2.1	Elastické charakteristiky materiálu .....	12
2.2	Historický vývoj auxetických materiálů.....	13
2.3	Specifické mechanické vlastnosti.....	15
2.4	Modely auxetických struktur.....	17
2.4.1	2D modely.....	17
2.4.2	3D modely.....	20
2.5	Možnosti aplikace auxetických materiálů .....	21
3	VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ AUXETICKÝCH STRUKTUR .....	25
3.1	Formulace problému.....	25
3.2	Metody řešení.....	25
3.3	Vybrané struktury.....	28
3.3.1	Struktura A.....	28
3.3.2	Struktura B .....	28
3.3.3	Struktura C .....	29
3.4	Vytvoření parametrických modelů struktury A.....	29
3.4.1	Tvorba geometrie .....	29
3.4.2	Síť konečných prvků .....	31
3.4.3	Okrajové podmínky.....	32
3.4.4	Vnější zatížení.....	32
3.5	Výběr modelu pro analýzu struktury A.....	33
4	PREZENTACE VÝSLEDKŮ – STRUKTURA A.....	35
4.1	Lineární analýza – zatížení v ose $x$ .....	36
4.2	Lineární analýza – zatížení v ose $y$ .....	38
4.3	Nelineární analýza – zatížení v ose $x$ .....	40
4.4	Nelineární analýza – zatížení v ose $y$ .....	44
5	POROVNÁNÍ S EXPERIMENTEM – STRUKTURA A.....	49
6	ZÁVĚR .....	52
	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ .....	53
	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ .....	58
	SEZNAM PŘÍLOH.....	59
	PŘÍLOHA I.....	60
	PŘÍLOHA II.....	69

# 1 ÚVOD

Mezi základní vlastnosti součástí vyrobených z běžných konstrukčních materiálů patří jejich elastické charakteristiky (primárně Youngův modul pružnosti a Poissonův poměr) popisující odezvu těchto materiálů na vnější zatížení. Při tahovém zatížení u nich obvykle dochází ke zmenšení plochy příčného průřezu, což lze pozorovat např. během tahové zkoušky, a naopak při tlakovém zatížení se příčná plocha průřezu zvětšuje (obr. 1.1). Tato skutečnost je vyjádřena právě zmíněným Poissonovým poměrem.

V posledních desetiletích se však vyvinula skupina materiálů, které se při deformaci chovají přesně naopak, tedy v tahu se ve směru kolmém na působení síly rozšiřují a v tlaku zužují – tj. mají záporný Poissonův poměr. Zpravidla se pro ně používá označení „auxetické“. Tento pojem byl poprvé použit profesorem Kenem Evansem v časopise *Nature* roku 1991 a vychází z řeckého slova *auxetikos*, jež lze volně přeložit jako „zvětšitelný“ [1]. Tuto vlastnost je možné vzácně pozorovat u některých přírodních minerálů a specifických látek organického původu uvedených v rešeršní části práce. Pro technické aplikace ovšem nabízejí mnohem zajímavější možnosti umělé struktury vytvořené z prakticky libovolných materiálů, které samy o sobě auxeticitu nevykazují, ale jsou v objemu součásti uspořádané takovým způsobem, že je požadovaného auxetického efektu dosaženo.

Toto deformační specifikum s sebou přináší také další benefity, jakými jsou například zvýšená odolnost vůči vniknutí cizího předmětu či dobré tlumicí schopnosti. Díky tomu slibují auxetické materiály široké možnosti využití v mnoha odvětvích lidské činnosti od leteckého průmyslu až po kostní implantáty. Prvním záměrem této práce je proto shrnout současný stav výzkumu těchto materiálů a potenciál dalšího vývoje. Dále bude u vybraných struktur pomocí numerických simulací analyzován vliv geometrických parametrů na jejich tuhost a Poissonův poměr s cílem určit dosažitelné hodnoty těchto veličin a jejich změnu v průběhu deformace. Tyto výsledky poté mohou být základem pro výběr struktury vhodné ke konkrétní aplikaci.



Obr. 1.1: Schéma elastické deformace: a) konvenční materiál; b) auxetický materiál [2]

## 2 REŠERŠE AUXETICKÝCH MATERIÁLŮ

### 2.1 Elastické charakteristiky materiálu

Jednou z hlavních veličin popisujících elastické vlastnosti materiálu je tzv. Poissonův poměr. Vyjadřuje závislost mezi poměrnou podélnou a příčnou deformací při jednoosé napjatosti a je podle [3] definován vztahem:

$$\mu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}, \quad (2.1)$$

kde  $\varepsilon_x$  představuje poměrnou příčnou a  $\varepsilon_y$  poměrnou podélnou deformaci. Znaménko minus zajišťuje kladnou hodnotu tohoto poměru pro běžně užívané materiály. V anglicky psané literatuře je častěji používáno označení  $\nu$ .

Vedle Poissonova poměru určují elastické chování tři další veličiny: modul pružnosti v tahu  $E$  (také zvaný Youngův modul pružnosti), modul pružnosti ve smyku  $G$  a modul objemové pružnosti  $K$ . Pro izotropní materiály platí mezi těmito veličinami následující závislosti [3]:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}, \quad (2.2)$$

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2\mu)}. \quad (2.3)$$

Z uvedených vztahů je zřejmé, že elastické vlastnosti izotropního materiálu jsou definovány právě dvěma nezávislými veličinami (nejčastěji pomocí  $E$ ,  $\mu$ ). Za předpokladu, že všechny moduly pružnosti jsou obecně kladné, vyplývá z těchto rovnic podmínka [4]:

$$-1 \leq \mu \leq 0,5, \quad (2.4)$$

která stanovuje rozsah realizovatelných hodnot Poissonova poměru. Toto omezení však platí pouze pro zmíněné izotropní materiály – v případě anizotropie mechanických vlastností může tento poměr nabývat i hodnot mimo uvedený interval [4].

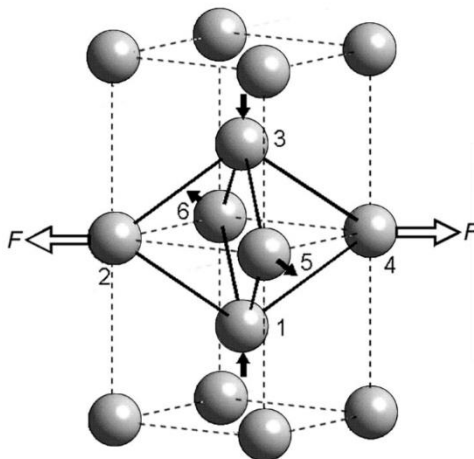
Orientační hodnoty Poissonova poměru běžných materiálů jsou uvedeny v tab. 2.1. Z ní je patrné, že u kovů se hodnota  $\mu$  pohybuje okolo 0,33 a platí pro ně tedy  $E \approx K$  [3]. Zajímavým materiálem je z tohoto pohledu korek – při podélné deformaci zde nedochází ke změně plochy příčného průřezu.

Tab. 2.1: Hodnoty Poissonova poměru vybraných materiálů [5, 6]

Materiál	$\mu$ [-]
Ocel uhlíková	0,29
Hliník	0,34
Měď	0,35
Sklo tabulové	0,25
Přez	0,49
Korek	0,00

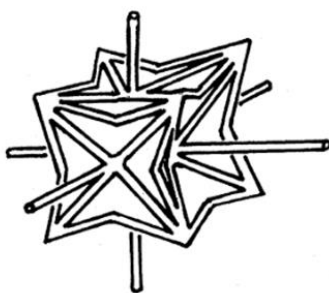
## 2.2 Historický vývoj auxetických materiálů

Prvním, kdo oficiálně publikoval myšlenku možného záporného Poissonova poměru v anizotropních materiálech, byl Jean Claude Barré de Saint-Venant již v roce 1848. Zkoumání tohoto jevu pokračovalo v první polovině 20. století, kdy bylo experimentálně zjištěno auxetické chování některých monokrystalů (1910) či pyritu (1927) [7]. Dalšími přírodními materiály, u nichž byly pozorovány záporné hodnoty Poissonova poměru, jsou například alfa-cristobalit (forma oxidu křemičitého) a poměrně překvapivě také velká část kovů s BCC krystalickou mřížkou při zatížení ve směru  $[1\ 1\ 0]$  (obr. 2.1) [8]. V literatuře jsou zmiňovány i sítě některých druhů pavouků [9], kočičí kůže nebo kůže pokrývající kravské vemeno [10] či Achillova šlacha [11].

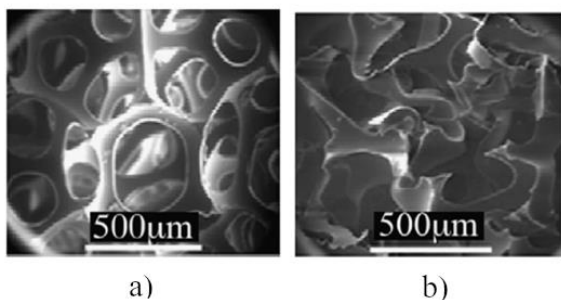


*Obr. 2.1: Schéma zatížení, při němž BCC krystalická mřížka vykazuje záporný Poissonův poměr [8]*

V 80. letech minulého století se auxetické struktury staly předmětem intenzivního vědeckého výzkumu. Bylo publikováno několik studií zabývajících se modely struktur teoreticky dosahujících záporného Poissonova poměru [12, 13]. Průlom v této oblasti nastal v roce 1987, kdy profesor Roderic Lakes vymyslel způsob, jakým bylo možné transformovat polymerní pěnu (v tomto případě vyrobenou z polyesteru) na pěnu se záporným Poissonovým poměrem. Principem bylo vložení pěny do formy a její stlačení ve třech kolmých směrech. Polymer byl ve stlačeném stavu zahřát na vyšší teplotu, čímž došlo k jeho změknutí a prolomení trámečků jednotlivých buněk směrem dovnitř (obr. 2.2). Následovalo ochlazení na pokojovou teplotu a odtížení vzorku, což způsobilo zachování deformované struktury (porovnání původní a modifikované pěny je zobrazeno na obr. 2.3). Jednalo se o oficiálně první cíleně vyrobenou auxetickou strukturu. Tento objev potvrdil předpoklad, že auxetických vlastností lze dosáhnout i u konvenčního materiálu, který standardně vykazuje kladné hodnoty Poissonova poměru, pouze upravením jeho mikrostruktury [14]. V nadcházejících letech došlo k mnoha zdokonalením tohoto výrobního postupu za účelem zlepšení kvality výsledné pěny, její trvanlivosti i možnosti použití různých materiálů a velikostí vzorku [2, 15].

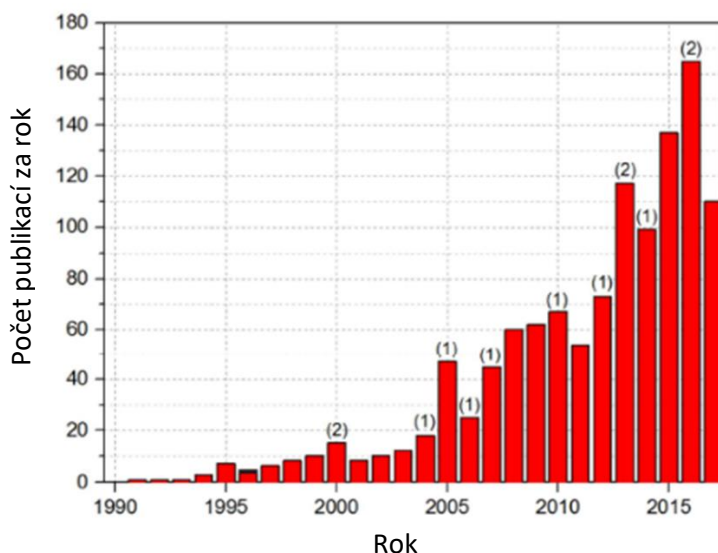


Obr. 2.2: Idealizovaná buňka modifikované auxetické pěny [14]



Obr. 2.3: Porovnání struktur: a) původní pěna; b) modifikovaná auxetická pěna [16]

Nevýhodou výše uvedeného procesu je relativně nízká úroveň kontroly nad výslednou strukturou a jejími mechanickými vlastnostmi. Velkým přínosem byl proto rozvoj aditivních technologií, které umožnily výrobu i tvarově velmi složitých struktur s vysokou přesností. Z obr. 2.4 je patrný nárůst zájmu o tyto materiály za posledních 30 let. V současné době se výzkum auxetických struktur zaměřuje na detailní pochopení jejich chování, vlivu určitých parametrů struktury na její výsledné mechanické vlastnosti a především je zde snaha o implementaci do reálných součástí [4].

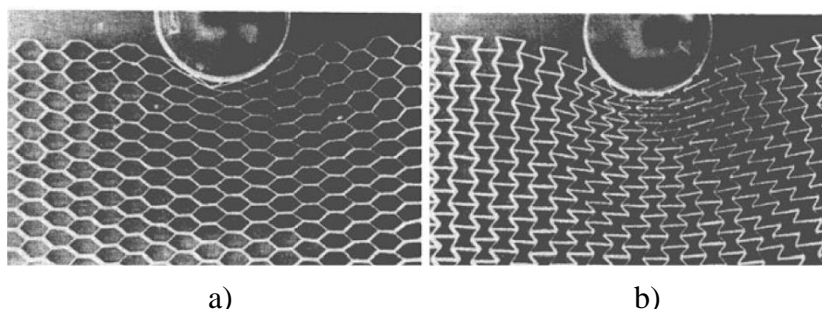


Obr. 2.4: Množství publikací na téma auxetických materiálů v rozmezí let 1990-2017 (čísla v závorkách udávají počet přehledových článků vydaných v daném roce) [17]

## 2.3 Specifické mechanické vlastnosti

Vedle netypického deformačního chování při namáhání tahem, respektive tlakem, disponují tyto materiály řadou dalších specifických charakteristik, které jsou podrobně popsány v této kapitole.

První zajímavou vlastností je zvýšený odpor vůči vniknutí indentoru. Vlivem tlaku dochází k příčné kontrakci materiálu pod působišťem vnějšího zatížení a tím k jeho densifikaci v daném místě. U konvenčních materiálů s kladnou hodnotou Poissonova poměru je toto chování přesně opačné [18]. Na obr. 2.5 lze na reálném experimentu vidět porovnání šestiúhelníkových struktur, z nichž jedna vykazuje auxetické chování a druhá nikoli. Rozdíl v hustotě materiálu pod indentorem je zde jasně patrný.



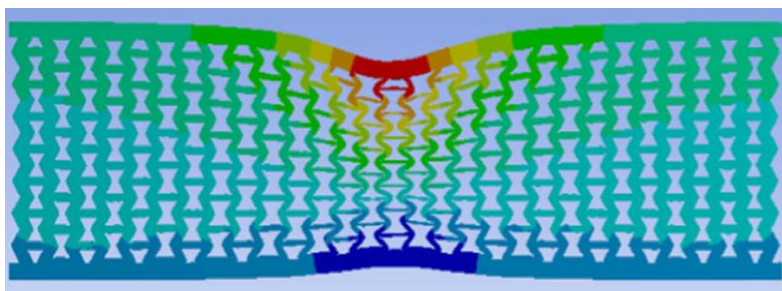
Obr. 2.5: Porovnání deformace při indentaci: a) konvenční struktura; b) auxetická struktura [2]

Charakteristikou slibující největší potenciální využití je pravděpodobně schopnost absorpce velkého množství energie a odolnost vůči nárazu v porovnání s konvenčními strukturami. Toto chování má několik příčin. Při zatížení dochází k rovnoměrnějšímu rozložení napětí v rovině kolmé na směr zatěžování, jak je znázorněno na obr. 2.6, čímž je redukována jeho koncentrace. Díky tomu je těleso schopné deformovat se plasticky s nižší pravděpodobností vzniku lomů a pohltit tak více přivedené energie. Dalším faktorem přispívajícím k této odolnosti je jev popsáný podrobněji v předchozím odstavci – dochází k nahuštění materiálu v oblasti největšího zatížení a jejímu vyztužení [19]. Experimentálně i za pomoci numerických simulací bylo také zjištěno lepší tlumení nárazů auxetickou pěnou v porovnání s její ekvivalentní konvenční variantou [20]. Z dalšího experimentu [21] je patrné, že při nárazu dosahuje napětí ve spodních vrstvách auxetické struktury nižších hodnot, což potvrzuje teorii o disipaci energie ve směru kolmém na směr nárazu a tím i její nižší přenos do podložky. Spolu s tím dochází k zajímavému efektu – vyvýšení povrchu na spodní ploše tělesa kolmo pod indentorem a tím vytvoření mezery mezi materiálem a podložkou (obr. 2.7). Všechny výše uvedené vlastnosti poskytují významné předpoklady pro použití v ochranných prvcích blíže charakterizovaných v kap. 2.5.



Obr. 2.6: Porovnání deformace při zkoušce tříbodovým ohybem: a) konvenční struktura; b) auxetická struktura [19]



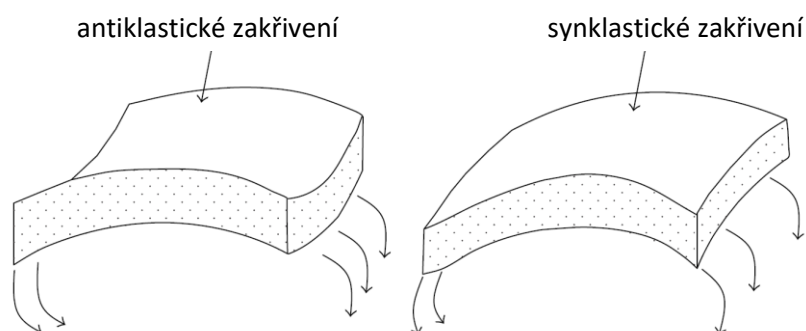


Obr. 2.7: Deformovaný tvar auxetické struktury při dynamickém zatížení dosažený výpočtovou simulací s využitím metody konečných prvků [21]

Lomová houževnatost je další veličinou, v níž mohou auxetické materiály dosahovat vyšších hodnot. Základní vysvětlení tohoto jevu je vcelku prosté. Pro růst trhliny je zásadní tahové namáhání způsobující její rozevírání. Jelikož v tahu nastává zvětšení objemu namáhaného tělesa, působí tato změna proti otevírání trhliny a zamezuje tak jejímu dalšímu šíření [16].

V mnoha odborných zdrojích lze také nalézt informaci o vysoké odolnosti vůči smykovému namáhání platící obecně pro auxetické struktury [18, 22, 9]. Tato tvrzení se opírají o vztah uvedený v rovnici (2.2), jenž určuje velikost modulu pružnosti ve smyku. Z něj vyplývá, že při zachování modulu pružnosti v tahu  $E$  by v případě záporného Poissonova poměru  $\mu$  mělo dojít k navýšení modulu pružnosti ve smyku  $G$ . Tato rovnost je ovšem v platnosti pouze pro izotropní materiály – auxetické materiály však běžně vykazují výraznou anizotropii a tato teorie je pro ně tedy často nepoužitelná. Experimenty [23, 24, 25] naznačují, že modul pružnosti ve smyku výrazně závisí na konkrétních parametrech dané struktury a lze dosáhnout modifikací, u nichž je tato hodnota menší než u neauxetické struktury srovnatelných specifikací. Z toho vyplývá, že tuto vlastnost nelze zobecnit na všechny druhy materiálů se záporným Poissonovým poměrem.

Dalším pozorovaným specifickým jevem je tzv. synklastické chování v ohybu. Pokud je uvažováno zatížení ohybovým momentem odpovídající situaci na obr. 2.8, nastává teoreticky u konvenčních materiálů příčná kontrakce v horní polovině tělesa v důsledku působícího tahového napětí, což způsobuje vznik tzv. sedlového tvaru. Naopak materiály se záporným Poissonovým poměrem při působení tahového napětí příčně expandují a můžeme u nich pozorovat tzv. kupolovitý tvar [4]. V praxi je však situace složitější. Experiment provedený v [26] ukazuje, že auxetické chování při tahovém, respektive tlakovém namáhání nutně neimplikuje toto chování i při působení ohybového momentu. Dle dostupných zdrojů zatím nejsou známy způsoby pro analytickou predikci synklastického tvaru v ohybu [27].



Obr. 2.8: Deformace při zatížení ohybovým momentem: a) sedlový tvar tělesa z běžného materiálu; b) kupolovitý tvar tělesa z auxetického materiálu [18]



## 2.4 Modely auxetických struktur

Původní motivací pro vznik modelů auxetických struktur byla snaha o analytický popis a predikci vlastností materiálů, které byly vyrobeny způsoby neumožňujícími přesnou kontrolu výsledné struktury, jako např. transformace polymerních pěn popsaná výše. S rozvojem aditivních technologií však bylo umožněno vyrobit struktury přímo na základě navrženého modelu [28].

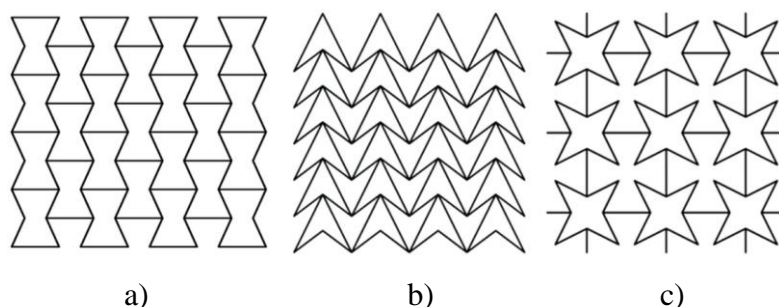
Rozlišujeme dvoj- a trojrozměrné modely, přičemž obě tyto varianty jsou zahrnuty ve výpočtové části práce. Níže je uveden popis těch nejčastěji používaných. Jelikož pro některé z těchto modelů neexistují ekvivalentní označení v češtině, jsou zde uvedeny originální anglické názvy s následným vysvětlením jejich významu.

Samotné modely lze zejména u geometricky jednodušších struktur sestavovat analyticky, v obecnějších případech je výhodnější použití metody konečných prvků s využitím prutových či plošných elementů u dvojrozměrných modelů, respektive objemových elementů u modelů trojrozměrných. Porovnání jednotlivých způsobů modelování je pro konkrétní struktury provedeno ve výpočtové části práce.

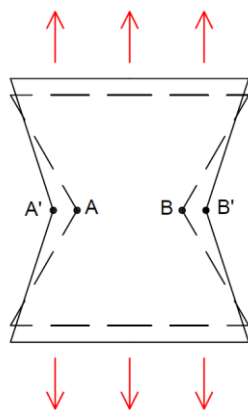
### 2.4.1 2D modely

#### *Reentrantní struktury*

Jedná se o modely, které byly popsány mezi prvními a vyznačují se především svou názorností a možností snadné změny parametrů za účelem získání různých deformačních vlastností. Označení „reentrantní“ zde vyjadřuje skutečnost, že základní buňka je tvořena nekonvexním mnohoúhelníkem. Typickým příkladem je tzv. *2D reentrant honeycomb* struktura (obr. 2.9a). Jedná se o šestiúhelníky se dvěma protějšími vrcholy směřujícími do středu buňky. Zjednodušený mechanismus deformace takové struktury je ilustrován na obr. 2.10. Předpoklad je takový, že při zatížení ve směru vyznačené síly se šikmé trámečky postupně natáčí do svislého směru a tím se vzdálenost mezi body A, B zvětšuje. Ve skutečnosti však nastává také ohyb těchto trámečků tvořící nezanedbatelnou složku deformace [17]. Dalšími příklady jsou např. tzv. *double arrowhead* (obr. 2.9b) či *star honeycomb* struktury (obr. 2.9c). Princip deformace je zde obdobný jako u zmíněných šestiúhelníkových buněk [2].



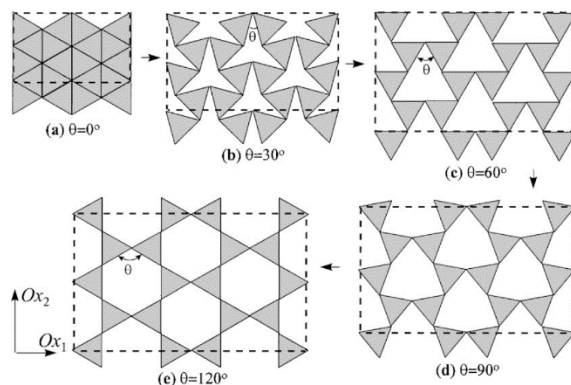
Obr. 2.9: Různé druhy reentrantních struktur: a) *2D reentrant honeycomb*; b) *double arrowhead*; c) *star honeycomb* [29]



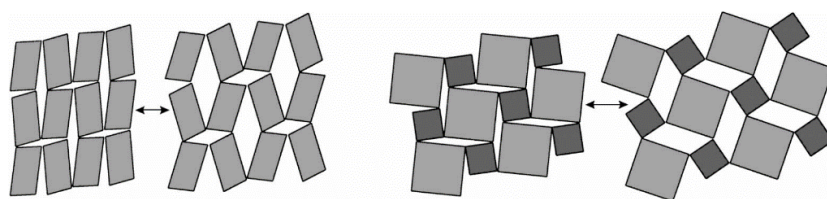
Obr. 2.10: Zjednodušený princip dosažení záporného Poissonova poměru reentrantní buňky; překresleno dle [17]

### Rotující mnohoúhelníky

Princip tohoto modelu spočívá v rotaci geometrických útvarů navzájem propojených v jejich vrcholech. Záporný Poissonův poměr je způsoben rotací těchto elementů při zatížení a otevíráním mezer mezi nimi (obr. 2.11). Výhodou jsou rozsáhlé možnosti konfigurace – lze využít různé typy mnohoúhelníků, měnit jejich počáteční vzájemné natočení i velikost jednotlivých elementů a tím docílit široké škály deformačních vlastností, což je znázorněno na obr. 2.12. Tento způsob modelování se ukazuje jako vhodný pro analýzu auxeticity v přirozeně se vyskytujících krystalech zeolitů či alfa-cristobalitu [30]. Základní model však předpokládá dokonale tuhé segmenty, jejichž odpor vůči deformaci dán pouze tuhostí vazeb mezi nimi. V reálných materiálech je tato podmínka samozřejmě nedosažitelná a často vede ke vzniku významných odchylek od experimentálních výsledků. Vznikají proto i modely uvažující různou tuhost jednotlivých elementů a umožňují tak přesnější popis deformace zmíněných přírodních materiálů [31].



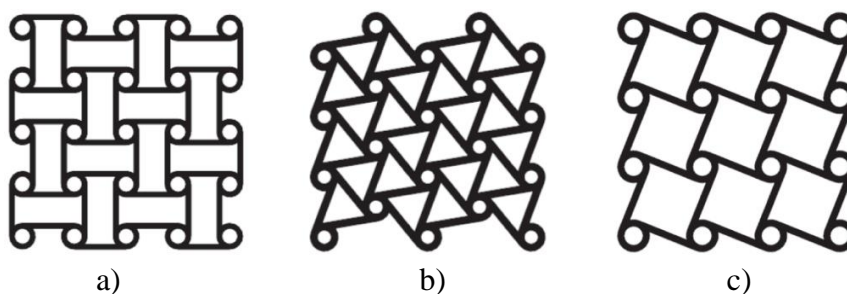
Obr. 2.11: Průběh deformace systému složeného z trojúhelníků [30]



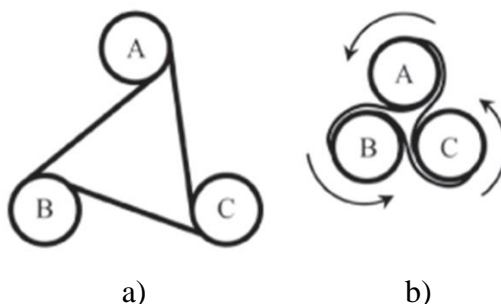
Obr. 2.12: Různá uspořádání segmentů a jejich následná deformace [30]

## Chirální struktury

Pojem „chirální“ označuje takové prostorové uspořádání buněk, které není totožné se svým zrcadlovým obrazem [16]. Chirální struktury jsou zpravidla tvořeny prstenci navzájem propojenými pomocí segmentů tvořících jejich tečny. Podle počtu těchto segmentů vycházejících z jednoho prstence hovoříme o tri-, tetra- či hexachirálním systému (zvláštním případem jsou tzv. antichirální modely, u kterých je princip deformace totožný, avšak nejedná se o chirální geometrii). Jednotlivé typy struktur jsou znázorněny na obr. 2.13. Deformace při zatížení je dána ohybem přímých segmentů a rotací prstenců (obr. 2.14). Výsledkem je „rozbalování“ základních buněk a z toho vyplývající expanze struktury při tahovém zatížení (při tlakovém zatížení nastává jev přesně opačný) [2]. Analytické i experimentální přístupy dospěly k závěru, že oproti reentrantním strukturám jsou tyto schopny zachovat si auxetický efekt při výrazně vyšších hodnotách poměrné deformace [2, 32].



Obr. 2.13: Typy chirálních struktur: a) antichirální; b) hexachirální; c) tetrachirální [33]

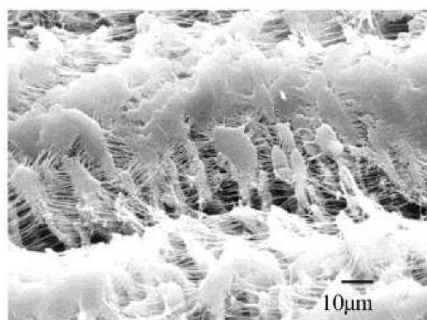


Obr. 2.14: Mechanismus dosažení auxeticity chirální struktury při tlakovém zatížení: a) původní tvar; b) tvar po deformaci [17]

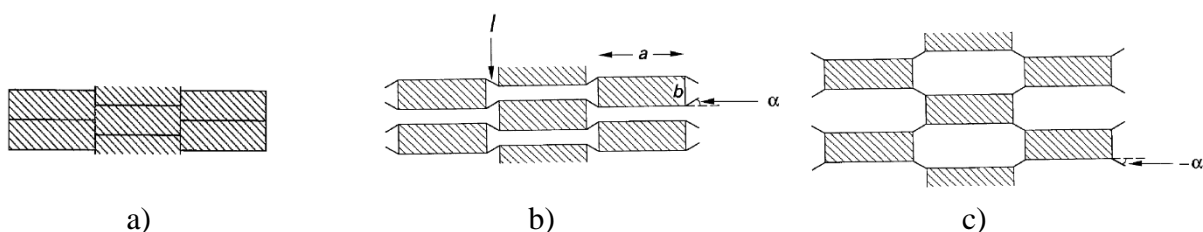
## Nodule-fibril struktury

Z názvu této skupiny struktur lze odvodit, že se jedná o systém elementů, zpravidla obdélníkového tvaru, navzájem spojených vlákny. Tento druh modelu byl poprvé použit v roce 1995 za účelem predikce deformačního chování auxetického mikroporézního polytetrafluorethylenu (PTFE) [34]. Mikrostruktura tohoto polymeru je zachycena na obr. 2.15. Základní model na obr. 2.16 je charakterizován parametry  $a$ ,  $b$  (rozměr elementů),  $l$  (délka vláken) a  $\alpha$  (úhel, který vlákno svírá s vodorovným směrem). Mechanismus odezvy na zatížení spočívá ve vzájemném oddalování, respektive přibližování obdélníkových elementů, přičemž vlákna se mohou deformovat třím způsobem. První možností je pouze jejich rotace v místech styku se základními elementy beze změny tvaru a délky. Dalšími způsoby jsou délkové přetvoření a ohyb vláken. Dominantní typ deformace závisí především na úhlu  $\alpha$  – při hodnotě  $\alpha = 90^\circ$ , kdy má struktura nejtěsnější možné uspořádání, převládá jednoznačně rotace okolo

koncových bodů vláken, s klesající hodnotou tohoto úhlu však u těchto vláken roste vliv jejich délkového přetvoření [35].



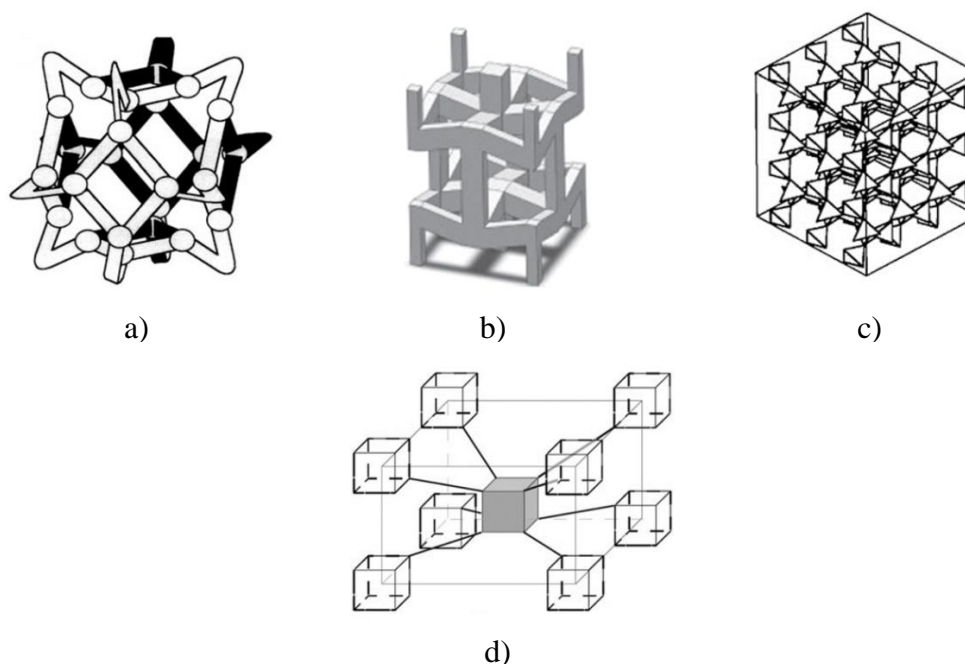
Obr. 2.15: Snímek expandovaného polytetrafluorethylenu (PTFE) pořízený elektronovým mikroskopem [36]



Obr. 2.16: Stádia deformace nodule-fibril struktury: a) maximálně stlačený stav; b) označení jednotlivých parametrů v průběhu deformace [34]; c) maximálně expandovaný stav [35]

## 2.4.2 3D modely

Trojrozměrné modely jsou zpravidla založeny na obdobném principu dosažení auxeticity jako modely dvojrozměrné s tím rozdílem, že tento efekt není omezen pouze na konkrétní rovinu zatěžování. Významné místo zde stejně jako v případě dvojrozměrných systémů zaujímají reentrantní struktury. Model na obr. 2.17a představuje zjednodušení používané v souvislosti se zkoumáním vlastností auxetických pěn, buňka na obr. 2.17b vznikla prostorovým uspořádáním 2D reentrant honeycomb struktury [2]. Tzv. *tetrahedral framework* model (obr. 2.17c) je pro změnu analogií rotujících mnohoúhelníků – základní elementy však nejsou tvořeny rovinnými útvary, nýbrž v tomto případě čtyřstěny. Právě tento model by měl nejlépe odpovídat konfiguraci přírodního alfa-cristobalitu [37]. Existuje také prostorová varianta *nodule-fibril* modelu zvaná *3D tethered-nodule* (obr. 2.17d), kde základním elementem je krychle, respektive kvádr propojený s osmi dalšími [2].



Obr. 2.17: Základní druhy 3D struktur: a) reentrantní buňka odpovídající konfiguraci modifikované auxetické pěny [2]; b) buňka vzniklá složením 2D reentrantních modelů [17]; c) struktura složená ze čtyřstěnů schopných rotace [37]; d) trojrozměrná varianta nodule-fibrile modelu [2]

## 2.5 Možnosti aplikace auxetických materiálů

Díky svým specifickým vlastnostem, popsaným podrobně v kap. 2.3, slibují materiály se záporným Poissonovým poměrem využití v mnoha odvětvích lidské činnosti.

Hned několik charakteristik dává předpoklad k výrobě ochranného vybavení. Jsou to především vysoká schopnost absorpce energie, odolnost proti proražení cizím předmětem či synklastické chování umožňující snadné vytvarování chráničů pro různé části lidského těla [38]. Významnou roli by tyto materiály mohly hrát v oblasti sportovních potřeb. Již dnes je možné najít na trhu například běžecké boty se svrškem tvořeným auxetickou strukturou (obr. 2.18a) či podešví zhotovenou z auxetické pěny (obr. 2.18b), která by oproti konvenčním variantám měla poskytovat lepší tlumení při dopadu chodidla na tvrdý povrch a tím zajistit vyšší komfort i menší zátěž kloubů [39]. K dostání jsou také chrániče páteře pro lyžaře slibující vysokou flexibilitu a nízkou hmotnost [40]. V úvahu připadá také použití těchto materiálů v pracovních helmách a v neposlední řadě i jejich nasazení ve vojenském sektoru, kde by mohly sloužit k výrobě balistických ochran [41].



Obr. 2.18: Běžecká obuv s: a) auxetickým svrškem; b) auxetickou podešví [17]



Možnosti využití auxetických materiálů existují i v oblasti biomechaniky. Například u kostních implantátů je důležité, aby se jejich mechanické vlastnosti co nejvíce blížily samotné kostní tkáni. Pokud je tuhost implantátu vyšší než tuhost okolní tkáně, dochází v ní ke snížení napětí v oblasti styku s tímto implantátem a následně k jejímu zeslabení – v angličtině je tento jev nazýván pojmem *stress-shielding* [42]. Právě zhotovení protézy z materiálu vykazujícího auxetické chování by mělo umožnit snížit tuhost implantátu na úroveň kostní tkáně při zachování potřebných mechanických vlastností, tím tento efekt redukovat a snížit tak riziko možného selhání [43].

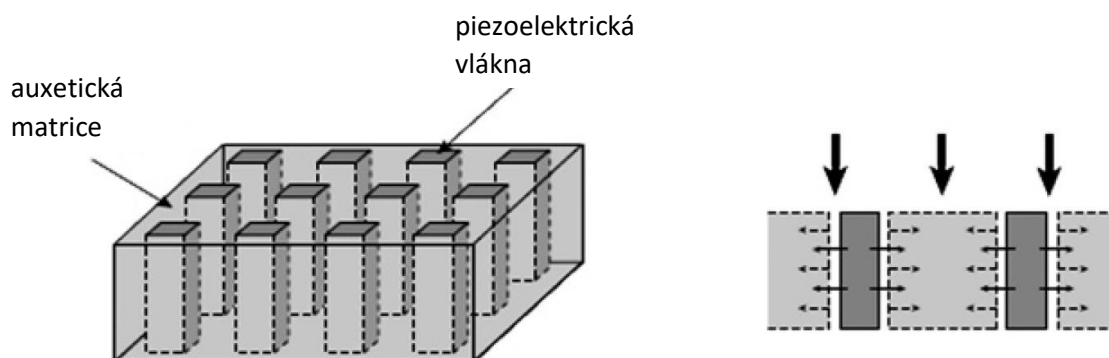
Při zúžení tepny se do postiženého místa zavádí tzv. intrakoronární stent (obr. 2.19) navinutý na speciálním balonku, jehož nafouknutím dojde k roztažení cévy. Poté je balonek vyfouknut a vytážen z těla ven, přičemž stent v tepně zůstává a zabraňuje jejímu opětovnému zúžení [44]. Použitím auxetické struktury by měl stent teoreticky lépe odolávat pulzujícímu zatížení a být méně náchylný k uvolnění [38].



Obr. 2.19: Schéma implantace intrakoronárního stentu do zúžené tepny [45]

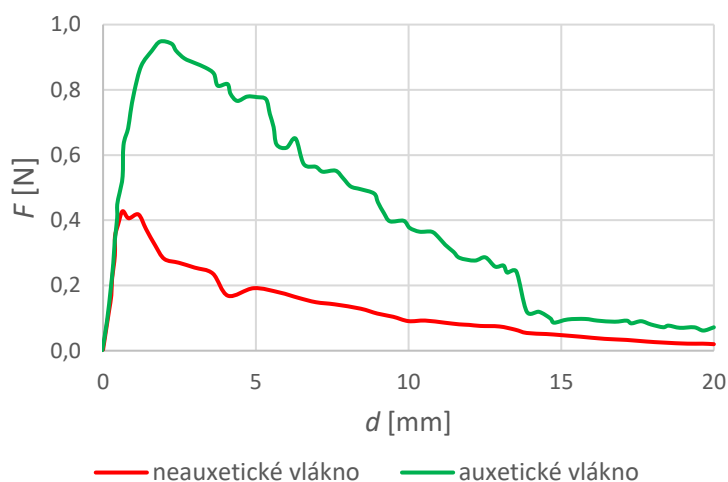
V leteckém nebo automobilovém průmyslu jsou zkoumány možnosti aplikace auxetických panelů využívajících synklastické chování ke snadnější výrobě zaoblených prvků karoserie, typicky například nosu letadla [22].

Auxetická matrice v piezoelektrických kompozitech používaných např. k výrobě tlakových senzorů napomáhá ke zlepšení jejich funkce. Vyvinutím tlaku na kompozitní článek nastává příčná kontrakce takové matrice, což umožňuje volnou expanzi piezoelektrických keramických vláken (obr. 2.20) a zvyšuje tak účinnost přeměny mechanické energie na elektrickou [4].



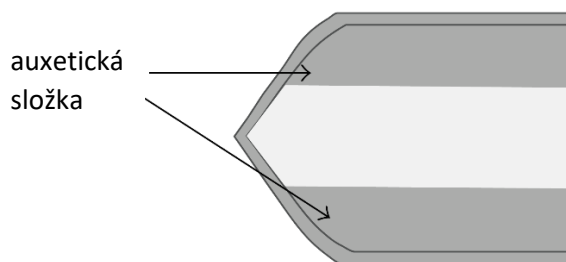
Obr. 2.20: Auxetický piezoelektrický senzor a jeho deformace při vnějším tlakovém zatížení [4]

V kompozitech obecně přináší benefity nejen zmíněná matrice se záporným Poissonovým poměrem, ale zejména vyztužující vlákna s touto vlastností. Nejslabším článkem kompozitních materiálů je totiž obvykle rozhraní vláken a matrice, kde při zatížení může dojít oddělení a následnému vytržení těchto vláken. Při tahovém zatížení zvětšují auxetická vlákna svůj příčný průřez a tento proces tak znesnadňují [46]. Porovnání síly potřebné na uvolnění vláken daného typu z matrice kompozitu je zobrazeno na obr. 2.21.



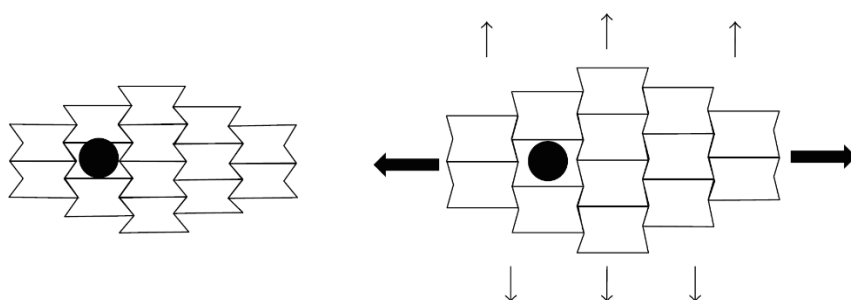
Obr. 2.21: Závislost síly  $F$  na posuvu  $d$  při vytažení vlákna s kladným, respektive záporným Poissonovým poměrem z matrice kompozitu; data převzata z [46]

Na poli vojenství nemusí auxetické materiály sloužit pouze k výrobě balistických ochranných nýbrž i samotné munice. Jedním z problémů, kterým musí konstruktéři hlavních zbraní čelit, je zvětšení průměru náboje při průchodu hlavní v důsledku tlaku od expandujícího plynu. Přidáním auxetické složky do těla náboje (obr. 2.22) je teoreticky dosažitelný nulový Poissonův poměr výsledného projektilu, díky čemuž by byl jeho průměr konstantní po celou dobu výstřelu [18].



Obr. 2.22: Použití auxetické komponenty v náboji [18]

Další využití nabízí tzv. chytré filtry. Jejich zhotovení z porézní auxetické struktury umožňuje pomocí vnějšího zatížení snadno měnit rozměry pórů, tím regulovat velikost zachycených částic a zabránit ucpání filtru (obr. 2.23) [22]. Podobného efektu je možné využít i v případě obvazů. Zde se naopak tlakovým působením na rány či otoky póry textilie zmenšují a uvolňují léčivou látku [18].



Obr. 2.23: Vliv vnějšího zatížení na velikost částic zachycených auxetickým filtrem [18]

Byly také vyrobeny prototypy auxetických hřebíků (obr. 2.24) či hmoždinek. V tomto případě jsou výhody oproti konvenčním materiálům zřejmé – záporný Poissonův poměr usnadňuje jejich instalaci a při provozu zabraňuje případnému uvolnění [47].



*Obr. 2.24: Prototypy auxetických hřebíků založené na mechanismu rotujících elementů [47]*

Při pohledu na výčet pozitivních vlastností auxetických materiálů se nabízí otázka, proč se zatím nedočkaly zásadnějšího rozšíření v průmyslovém měřítku. Jedním z důvodů je stále relativně vysoká cena aditivních technologií a jejich nevhodnost pro masovou výrobu. Další překážkou je fakt, že všechny výše popsané struktury dosahují svého chování díky vysoké porozitě, která nevyhnutelně vede k horší schopnosti odolávat vnějšímu zatížení v porovnání s plnými materiály o stejném objemu. Je tedy zapotřebí dalšího výzkumu a vývoje k využití potenciálu, jaký tyto materiály bezesporu nabízejí [48].



# 3 VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ AUXETICKÝCH STRUKTUR

## 3.1 Formulace problému

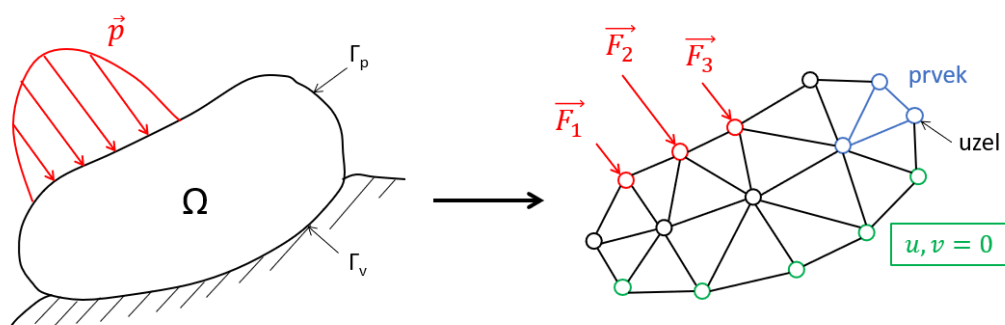
Cílem výpočtové části práce je u vybraných struktur provést analýzu odezvy na mechanické zatížení za účelem zjištění jejich elastických charakteristik – Poissonova poměru  $\mu$  a modulu pružnosti v tahu  $E$ . Dále je nutné stanovit vliv konkrétních geometrických parametrů na chování dané struktury, aby bylo možné určit rozsah dosažitelných vlastností a stanovit omezení, která určují její použitelnost pro případné praktické aplikace.

## 3.2 Metody řešení

Pro analýzu odezvy na mechanické zatížení byla využita metoda konečných prvků (MKP). Následující stručná charakteristika této metody je převzata z [49].

Základní myšlenkou MKP je rozdělení spojitě řešené oblasti na konečný počet částí, označovaných jako prvky. Podmínkou je, že tyto prvky musí řešenou oblast jednoznačně a spojitě vyplňovat. Tato metoda tedy problém nalezení spojitých funkcí převádí na problém nalezení konečného počtu neznámých parametrů, což je označováno jako tzv. diskretizace. Zásadním benefitem tohoto přístupu je především možnost řešení komplikovaných úloh, které není možné řešit analyticky, případně by toto řešení bylo nepřiměřeně složité. Naopak mezi nevýhody se řadí skutečnost, že MKP poskytuje pouze přibližné výsledky dané úlohy – přesnost těchto výsledků je ovlivněna hustotou prvků, na které je řešená oblast rozdělena. Zjištěné parametry jsou navíc platné pouze pro konkrétní problém, při změně vstupních hodnot je tedy nutné proces řešení opakovat.

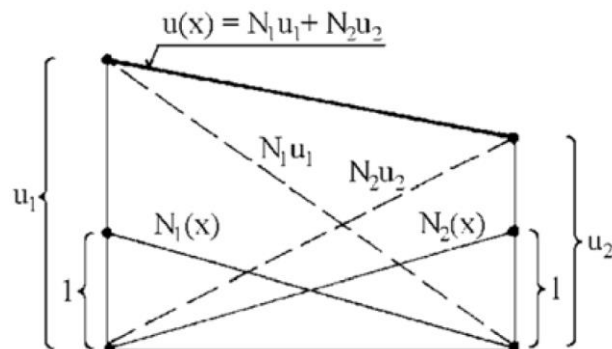
Jak bylo již zmíněno, spojitá oblast je rozdělena na množinu prvků o konečné velikosti. Tyto prvky mohou být v závislosti na geometrii tělesa jednorozměrné, plošné či objemové. Jednotlivé prvky jsou charakterizovány jejich uzly, přičemž MKP redukuje řešení spojitě oblasti na zjištění tzv. deformačních parametrů, kterými jsou posuvy, případně natočení těchto uzlů. V důsledku toho lze veškeré zatížení a okrajové podmínky aplikovat výhradně do zmíněných uzlů (obr. 3.1).



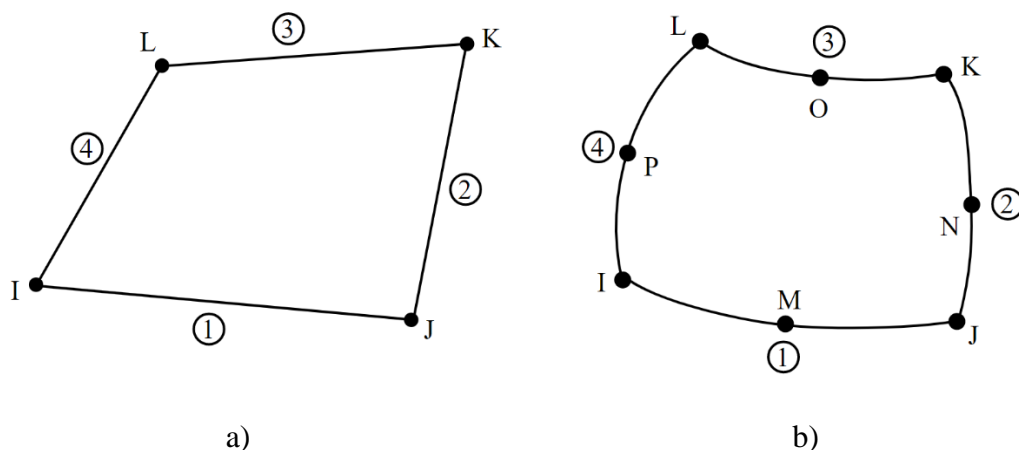
Obr. 3.1: Ukázka diskretizace geometrie, zatížení a okrajových podmínek; upraveno dle [49]

Posuv v libovolném bodě prvku je poté určen pomocí kombinace báзовých funkcí a posuvů v uzlech daného prvku. To je znázorněno na obr. 3.2, kde  $u_1$ ,  $u_2$  označují posuvy v uzlových bodech a  $N_1$ ,  $N_2$  příslušné báзовé funkce. Výsledná funkce posuvu může být lineární, nebo

kvadratická, na základě čehož se rozlišují lineární a kvadratické prvky. Lineární prvky (obr. 3.3a) obsahují uzly pouze v krajních bodech a výsledná deformace je tedy vždy po částech lineární, což zpravidla neodpovídá realitě – pro přesnější popis výsledných charakteristik je tedy třeba použít větší počet těchto prvků. Naproti tomu kvadratické prvky (obr. 3.3b) obsahují navíc uzly ve středech jejich hran a deformace je tak vyjádřena polynomem 2. řádu. V porovnání s lineárními prvky to při stejném dělení řešené oblasti znamená přesnější popis zkoumaných veličin.



Obr. 3.2: Znárodnění básových funkcí nejjednoduššího lineárního prvku [49]



Obr. 3.3: Porovnání variant plošných prvků používaných v systému ANSYS:  
a) lineární 4-uzlový prvek (PLANE182); b) kvadratický 8-uzlový prvek (PLANE183) [50]

Samotný výpočet deformačních parametrů metodou konečných prvků je založen na Lagrangeově variačním principu. Tento princip říká, že ze všech možných funkcí posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a vyhovují geometrickým okrajovým podmínkám, jsou realizovány ty, při nichž je celková potenciální energie  $\Pi$  minimální. Tato potenciální energie je dána následujícím vztahem:

$$\Pi = W - P = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{F}, \quad (3.1)$$

kde  $W$  označuje energii napjatosti tělesa,  $P$  potenciál vnějšího zatížení,  $\mathbf{U}$  globální matici deformačních parametrů,  $\mathbf{K}$  globální matici tuhosti a  $\mathbf{F}$  globální matici zatížení. Toto odvození je podrobně popsáno např. v literatuře uvedené na začátku této kapitoly a je založeno na

geometrických rovnicích a konstitutivních vztazích, které se řadí do systému rovnic obecné pružnosti. Aplikace Lagrangeova principu poté vede na podmínku

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{U}} = 0. \quad (3.2)$$

Výsledkem této derivace je následující rovnice:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}, \quad (3.3)$$

která v obecném tvaru nemá jednoznačné řešení v důsledku singularity matice  $\mathbf{K}$ . Tato singularita je odstraněna předepsáním příslušných okrajových podmínek, což vede na tzv. základní rovnici MKP, jejímž vyřešením jsou získány hodnoty deformačních parametrů ve všech uzlech tělesa.

Výpočty metodou konečných prvků byly realizovány v programu ANSYS Mechanical APDL. Mezi hlavní výhody oproti rozšířenějšímu prostředí ANSYS Workbench se řadí rychlejší odezva na vstupy od uživatele, detailnější kontrola nad parametry výpočtu a pro účely této práce zejména jednodušší práce s výpočetním skriptem, jenž umožňuje naprogramovat celý postup řešení. Při jednoduché změně vstupních parametrů ve skriptu je díky tomu možné pokrýt širokou škálu různých modifikací geometrie modelu a provést tak automaticky velké množství výpočtů v relativně krátkém čase.

V simulacích byl použit lineárně elastický model materiálu plně definovaný vstupními veličinami  $\mu_s$ ,  $E_s$  představujícími Poissonův poměr, respektive modul pružnosti v tahu základního materiálu. Nejsou tedy uvažovány nelineární jevy v podobě plastické deformace nebo ztráty vzpěrné stability. Ke zjištění hledaných parametrů struktury z množiny vypočtených posuvů jednotlivých uzlů lze tím pádem využít následující vztahy spadající do základní teorie pružnosti obsažené v [3]. Poměrná deformace  $\varepsilon$  je zde definována vztahem

$$\varepsilon = \frac{u}{L}, \quad (3.4)$$

kde  $u$  označuje změnu délky a  $L$  původní délku tělesa. Poissonův poměr je poté určen dle rovnice (2.1) jako záporná hodnota podílu příčné a podélné poměrné deformace vzhledem ke směru působení vnějšího zatížení. Modul pružnosti v tahu je dle Hookova zákona definován:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad (3.5)$$

kde  $\sigma$  představuje normálové napětí v rovině kolmé na směr zatížení. Toto normálové napětí je v tomto případě uvažováno jako podíl

$$\sigma = \frac{F}{S}, \quad (3.6)$$

kde  $F$  představuje vnější zátěžnou sílu a  $S$  plochu příčného průřezu v rovině kolmé na směr zatížení při uvažování struktury jako plného tělesa.

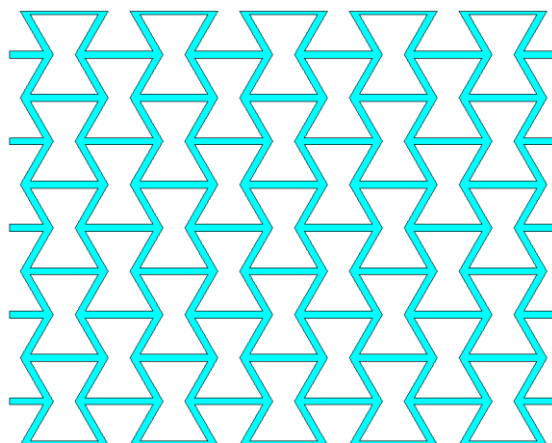
Vyhodnocovanými parametry jsou Poissonův poměr struktury  $\mu$  a poměrný modul pružnosti v tahu  $E/E_s$ , kde  $E$  a  $E_s$  označují modul pružnosti v tahu struktury, respektive základního materiálu, ze kterého je model vytvořen. Provedeny byly jak lineární, tak i nelineární úlohy,

které lze v systému ANSYS spustit příkazem *NLGEOM*. Cílem lineárních úloh bylo zjištění odezvy modelu pro malé deformace, kdy není uvažována změna geometrie a okrajových podmínek v průběhu zatěžování. Naproti tomu záměrem nelineárních úloh bylo právě vyšetření průběhu sledovaných veličin v závislosti na velikosti deformace.

### 3.3 Vybrané struktury

#### 3.3.1 Struktura A

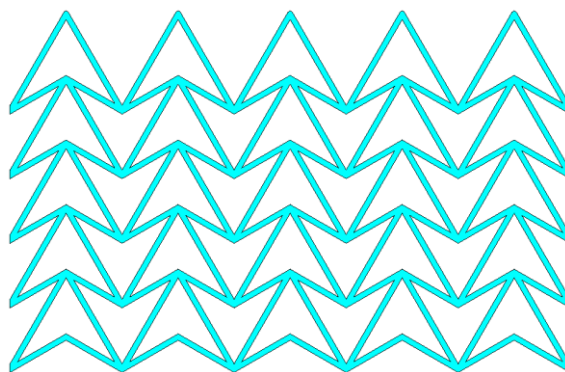
Geometrie této struktury odpovídá modelu *2D reentrant honeycomb*. Založena je tedy na periodicky se opakujících šestiúhelníkových elementech se dvěma konkávními vnitřními úhly a stejným počtem os souměrnosti. Tvar této struktury je znázorněn na obr. 3.4. Podrobnou analýzou právě této struktury se zabývá celá hlavní část práce.



Obr. 3.4: Ukázka struktury A

#### 3.3.2 Struktura B

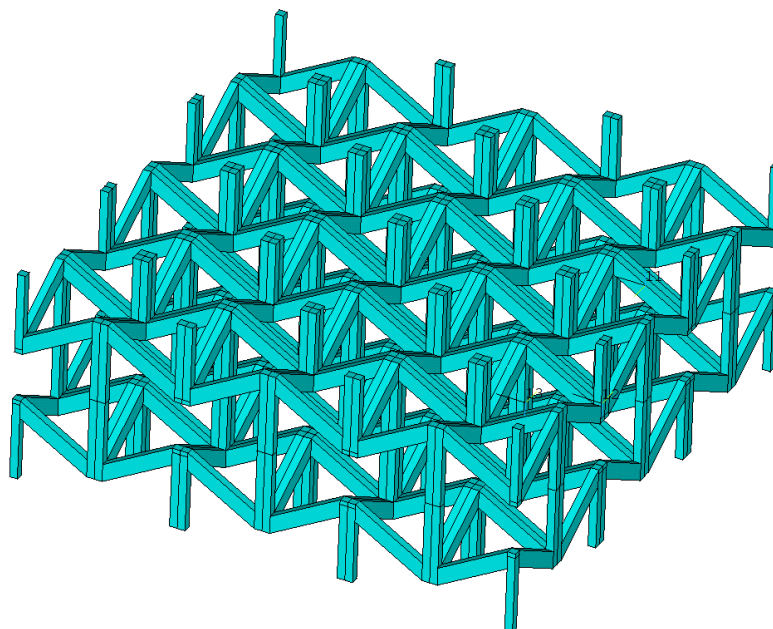
Druhá zvolená struktura je také založena na modelu dvojrozměrné reentrantní buňky. Konkrétně je složena z čtyřúhelníkových elementů s jediným konkávním vnitřním úhlem a osou symetrie (obr. 3.5). Pro svůj tvar je v angličtině označována jako *double arrowhead* struktura. Vzhledem k rozsahu práce je analýza této struktury umístěna v příloze I.



Obr. 3.5: Ukázka struktury B

### 3.3.3 Struktura C

Oproti předchozím strukturám je tato založena na trojrozměrné geometrii základní buňky. Složena je z elementů odpovídajících dvojrozměrné buňce struktury A, které jsou spojeny ve vrcholech a navzájem svírají pravý úhel, čímž je dosaženo prostorového tvaru (obr. 3.6). Z toho vyplývá, že závislosti pozorované na této struktuře jsou do značné míry analogií výsledků zjištěných na struktuře A, proto je podrobná analýza i v tomto případě obsažena v příloze II.



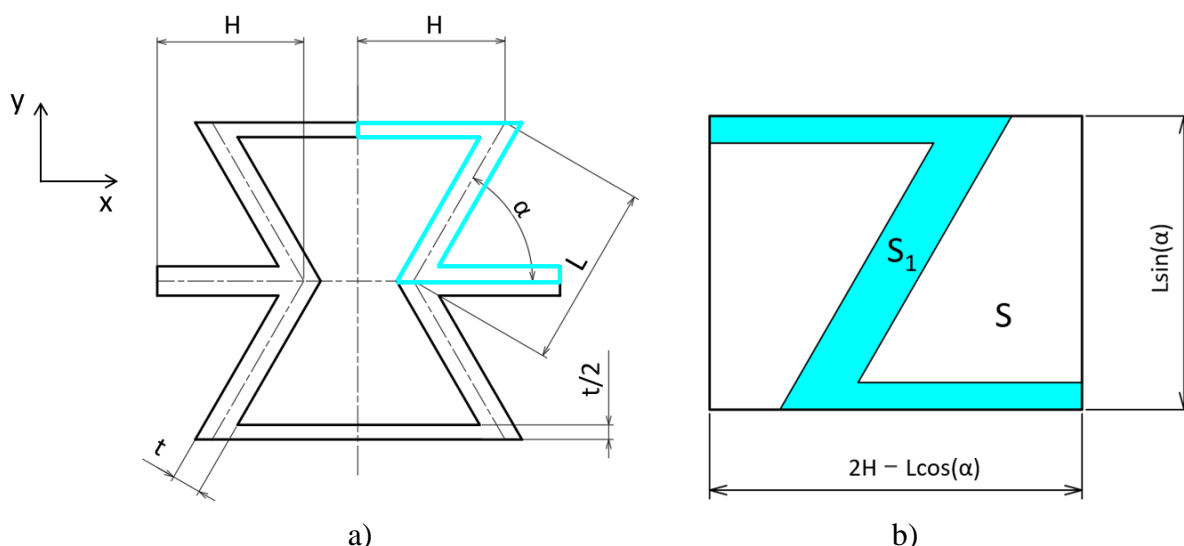
*Obr. 3.6: Ukázka struktury C (kvůli přehlednosti není zobrazena periodicitu ve svislém směru)*

## 3.4 Vytvoření parametrických modelů struktury A

V této kapitole jsou popsány postupy tvorby modelů použitých pro MKP analýzu všech zkoumaných modifikací.

### 3.4.1 Tvorba geometrie

Geometrie základní buňky je v tomto případě plně definována délkami  $H$  a  $L$  vztaženými na střednici struktury znázorněnou čerchovanou čarou na obr. 3.7a, úhlem  $\alpha$  a tloušťkou  $t$ . Jako základní rozměr  $L$  je zde oproti běžným konvencím zvolena délka šikmé trámečky namísto jeho svislé výšky. Důvodem je snazší odvození souřadnic jednotlivých bodů při vytváření parametrického modelu a kompatibilita s analytickým modelem dostupným v [51].



Obr. 3.7: a) základní buňka struktury A s vyznačením geometrických parametrů; b) čtvrtinový model základní buňky použitý ve výpočtech

Aby byly dosažené výsledky platné pro libovolnou strukturu tohoto typu nezávisle na její velikosti, byla jako jediný fixní parametr zvolena délka  $H$ , konkrétně hodnota  $H = 10 \text{ mm}$ . Pro určení délky  $L$  došlo k zavedení bezrozměrného poměru  $L/H$ , který nabýval předem stanovených hodnot.

Z důvodu snahy o nalezení optimálního výpočetního způsobu byly vytvořeny dva druhy geometrie obsahující díky dvěma osám symetrie pouze čtvrtinu základní buňky. První geometrie je tvořena výhradně úsečkami a slouží jako základ pro prutový model, ve druhém případě se jedná o plochu pro následné vygenerování plošného modelu. Postup tvorby geometrie spočíval v analytickém odvození souřadnic krajních bodů a jejich zápis ve formě tzv. *keypointů*, následovalo spojení příslušných bodů úsečkami a u plošného modelu navíc vytvoření plochy příkazem *AL*.

Pro porovnání výsledků napříč všemi modifikacemi byly simulace provedeny pro určité hodnoty porozity  $p$ . Ta je díky čtvrtinové symetrii buňky definována vztahem:

$$p = 1 - \frac{S_1}{S}, \quad (3.7)$$

kde  $S_1$  je plocha čtvrtiny základní buňky modelu,  $S$  je plocha obdélníku ohraničujícího tuto část buňky (obr. 3.7b). Na základě dané porozity byl poté zpracován program pro výpočet tloušťky  $t$  pro libovolnou kombinaci parametrů  $H$ ,  $L/H$ ,  $\alpha$ . Použít by přitom bylo teoreticky možné zjednodušený výpočet vycházející z [52]:

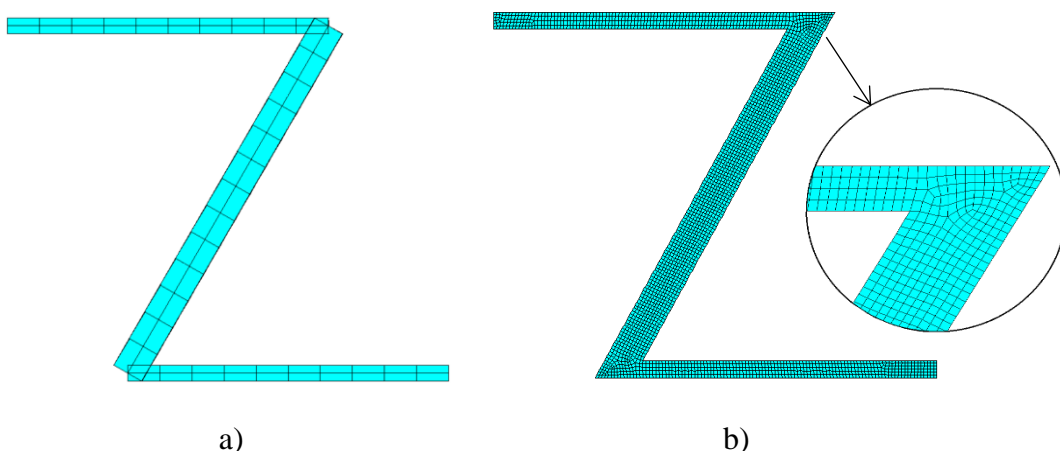
$$p = 1 - \frac{(H + L) \cdot t}{L \cdot \sin \alpha \cdot (2 \cdot H - L \cdot \cos \alpha)}, \quad (3.8)$$

který plochu čtvrtiny buňky zjednodušuje pouze jako součin délky střednice a tloušťky  $t$ . Jinými slovy – plocha je nahrazena obdélníky sestavenými nad úsečkami tvořícími střednici. Při nižších hodnotách porozity a malém úhlu  $\alpha$  však dochází k výraznějšímu překrývání těchto pomyslných obdélníků, což by mohlo zapříčinit nezanedbatelnou odchylku od přesné hodnoty. Vzhledem k širokému spektru zkoumaných modifikací byla proto zvolena metoda odvození přesné závislosti tloušťky  $t$  na zadané porozitě  $p$  a ostatních geometrických parametrech.

Odvození bylo provedeno v programu Jupyter Notebook založeném na programovacím jazyce Python a výsledná závislost (kvůli velkému rozsahu neuvedena) zkopírována do APDL skriptu. Nastavení tloušťky tedy pro zadané vstupní hodnoty proběhlo automaticky při spuštění skriptu v programu ANSYS.

### 3.4.2 Síť konečných prvků

V rámci prutového modelu byly zvoleny kvadratické prvky BEAM189. Vzhledem k faktu, že posuvy potřebné k vyhodnocení elastických charakteristik byly zjišťovány na uzlech v koncových bodech prutů, byl rozdíl vypočtených hodnot  $\mu$ ,  $E$  v závislosti na velikosti elementů prakticky nezaznamenaný. Jelikož i výpočetní čas se s ohledem na jednoduchost modelu pohyboval pro všechna uvažovaná dělení prutů v řádu desetin sekundy, byla pro všechny geometrické modifikace zvolena velikost prvku  $ESIZE = 1$  mm při délce  $H = 10$  mm. Příklad vytvořené sítě pro konkrétní modifikaci je uveden na obr. 3.8a níže.



Obr. 3.8: Vytvořená síť pro parametry  $H = 10$  mm,  $L/H = 1,25$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $p = 0,85$  ( $t = 1,03$  mm): a) prutový model; b) plošný model

U plošného modelu byly použity kvadratické prvky PLANE183. Kvůli charakteru úlohy, kdy požadovanými výsledky jsou pouze deformační charakteristiky pro lineárně elastický model materiálu, nebylo nutné zabývat se koncentrací napětí v okolí ostrých rohů modelu a tomu přizpůsobovat detaily geometrie a jemnost sítě v těchto místech. V celém modelu byla proto předepsána konstantní velikost prvků. Pro porozitu 0,95; 0,85; 0,75 činila postupně 0,05; 0,10; 0,15 mm při  $H = 10$  mm. Počty uzlů pro model o maximální uvažované velikosti, tj.  $L/H = 1,5$  a  $\alpha = 90^\circ$ , jsou uvedeny v tab. 3.1. Použití jemnější sítě přineslo zanedbatelnou změnu výsledků a způsobilo nárůst času řešení zejména při výpočtech nelineárních úloh. Obr. 3.8b zobrazuje síť konečných prvků jednoho z použitých plošných modelů.

Tab. 3.1: Počty uzlů pro parametry popsané v kap. 3.4.2 v závislosti na porozitě struktury

porozita $p$	0,95	0,85	0,75
počet uzlů	20 434	14 625	10 437

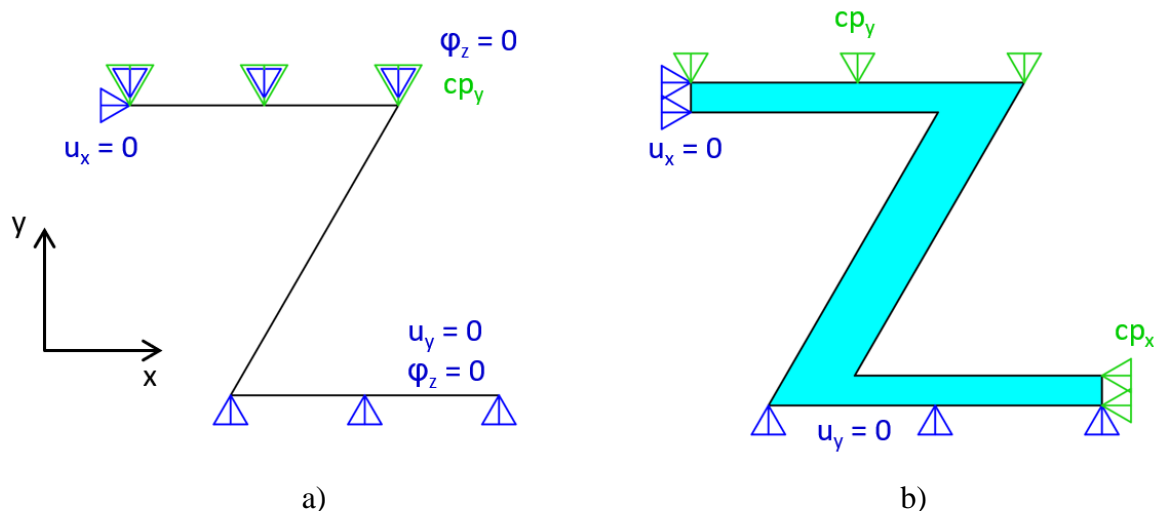
Ve všech modelech použitých v práci byl základní materiál definován hodnotami  $\mu_s = 0,3$ ,  $E_s = 200$  GPa. Protože simulace byly provedeny pro hookeovský materiál a tuhost struktury vyhodnocována poměrem  $E/E_s$ , neměla hodnota modulu pružnosti v tahu základního materiálu žádný vliv na dosažené výsledky. Podobně i Poissonův poměr základního materiálu (za



předpokladu jeho obvyklých hodnot v intervalu  $\langle 0; 0,5 \rangle$ ) nezpůsobil významnou změnu výsledků. protože deformace příčného průřezu trámečků byla v porovnání s deformací celého modelu zanedbatelná.

### 3.4.3 Okrajové podmínky

Jelikož se použitý model sestává pouze ze čtvrtiny základní buňky, okrajové podmínky musely být zvoleny takovým způsobem, aby tento model přesně charakterizoval periodicky se opakující strukturu. Okrajové podmínky prutového i plošného modelu jsou vyznačeny na obr. 3.9. Označení „cp“ vyjadřuje podmínku *coupling*, jež zajišťuje totožný posuv vybraných uzlů ve směru zadané osy. U prutového modelu byl navíc ve všech uzlech předepsán nulový posuv ve směru osy  $z$ .



Obr. 3.9: Aplikované okrajové podmínky: a) prutového modelu; b) plošného modelu

Správnost okrajových podmínek aplikovaných na čtvrtinu buňky byla ověřena vytvořením prutového i plošného modelu struktury sestávající se z  $5 \times 5$  buněk, na jejíž okraje byly předepsány tzv. periodické okrajové podmínky. Elastické charakteristiky zjištěné na celé struktuře se shodovaly s výsledky simulací čtvrtinových buněk.

### 3.4.4 Vnější zatížení

Model byl zatěžován separátně jak ve směru osy  $x$ , tak osy  $y$ . Druh zatížení se lišil v závislosti na typu řešené úlohy. V těch lineárních byla pro případ zatížení v ose  $x$  aplikována osamělá síla ve směru této osy na pravý dolní okraj modelu, při zatížení v ose  $y$  analogicky na levý horní okraj. Vzhledem k okrajovým podmínkám nehrálo roli umístění síly v rámci příslušné hrany.

V nelineárních úlohách byl použit pouze plošný model buňky. Zatížení bylo namísto síly realizováno zadáním posuvu v příslušném směru. Tyto posuvy nabývaly kladných i záporných hodnot podle toho, zda bylo simulováno tahové, nebo tlakové zatížení. Aplikovaný posuv byl vždy rozdělen na 50 dílčích kroků, tzv. *substepů*, a příslušné charakteristiky byly pro danou velikost deformace počítány ze změny parametrů mezi dvěma po sobě jdoucími kroky. Zároveň bylo během tlakového zatížení pomocí proměnné obsahující vzdálenost mezi vnitřními rohy buňky v jednotlivých zátěžných krocích kontrolováno, zda nedošlo k dotyku těchto bodů – pokud byla hodnota této proměnné záporná, data získaná v daných krocích byla považována za neplatná.



### 3.5 Výběr modelu pro analýzu struktury A

Z důvodu validace získaných výsledků byly numerické modely doplněny o analytický výpočet dostupný v [51]. Ten je založen na Timošenkově nosníkové teorii, která nepředpokládá zachování kolmosti příčného průřezu prutu na deformovanou střednici a zahrnuje tak vliv smykového napětí vznikajícího při namáhání ohybem [53]. Na stejném principu fungují v programu ANSYS prvky typu BEAM [50], ze kterých je sestaven předložený prutový model – výsledky dosažené oběma způsoby by tedy měly být téměř totožné. Dle analytického modelu při zatížení ve směru osy  $y$  platí:

$$\frac{E_y}{E_s} = \frac{5 \cdot H' \cdot t^3}{W' \cdot L \cdot [(5 \cdot L^2 + 7 \cdot t^2 + 11 \cdot t^2 \cdot \mu_s) \cdot \cos^2 \alpha + 5 \cdot t^2]}, \quad (3.9)$$

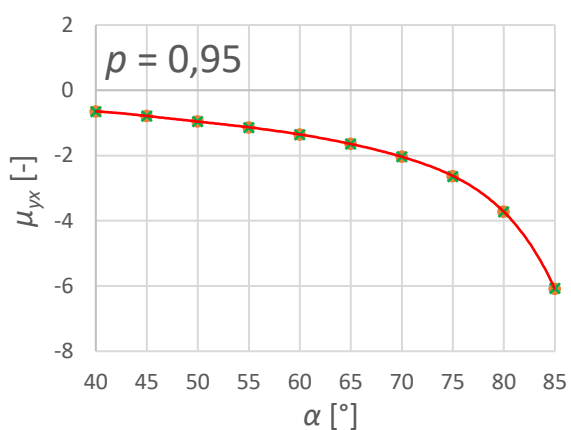
$$\mu_{yx} = \frac{H' \cdot (5 \cdot L^2 + 11 \cdot \mu_s \cdot t^2 + 7 \cdot t^2) \cdot \sin 2\alpha}{W' \cdot [11 \cdot \mu_s \cdot t^2 + 5 \cdot L^2 + 17 \cdot t^2 - (5 \cdot L^2 + 7 \cdot t^2 + 11 \cdot \mu_s \cdot t^2)] \cdot \cos 2\alpha} \quad (3.10)$$

$$H' = 2 \cdot L \cdot \sin \alpha, \quad (3.11)$$

$$W' = 2 \cdot (2 \cdot H - L \cdot \cos \alpha). \quad (3.12)$$

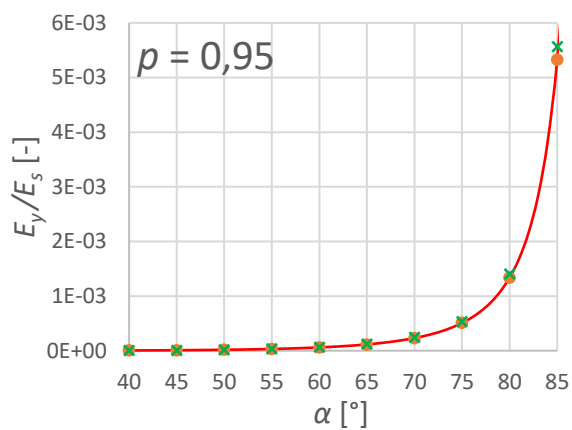
Analytické výpočty proběhly v programu MATLAB. Porovnání všech popsaných modelů bylo realizováno pro různé hodnoty porozity na struktuře s poměrem  $L/H = 1,25$  v závislosti na úhlu  $\alpha$ . Toto porovnání je graficky znázorněno na obr. 3.10 a vyplývá z něj několik důležitých závěrů. Zaprvé byl potvrzen předpoklad shody mezi analytickým výpočtem a vytvořeným prutovým modelem – data získaná oběma způsoby jsou prakticky totožná pro celý rozsah zadaných parametrů. Dále je patrné, že shoda napříč modely se snižuje s klesající porozitou a tedy rostoucí tloušťkou struktury. Zatímco pro  $p = 0,95$  se odchylka prutového modelu od plošného pohybuje okolo přijatelných 3 %, pro  $p = 0,75$  dosahuje v závislosti na konkrétní modifikaci téměř 40 % u obou elastických charakteristik (tato odchylka nastává při malém úhlu  $\alpha$  a není z přiloženého grafu zřetelně patrná). Tento výsledek odpovídá skutečnosti, že s rostoucím poměrem příčných rozměrů nosníku vůči jeho délce klesá použitelnost prutové teorie a prutového modelu.

Na základě předložených dat bylo rozhodnuto o použití plošného modelu pro samotnou analýzu. Ačkoli chyba způsobená využitím prutových prvků není pro velkou část modifikací zásadní, díky redukci celé struktury pouze na čtvrtinu základní buňky je analyzovaná geometrie relativně jednoduchá a výpočetní čas u obou modelů velmi krátký. Z pohledu prováděné analýzy tedy nebylo nutné využít prutové prvky ke zjednodušení výpočtu na úkor snížení přesnosti dosažených výsledků.



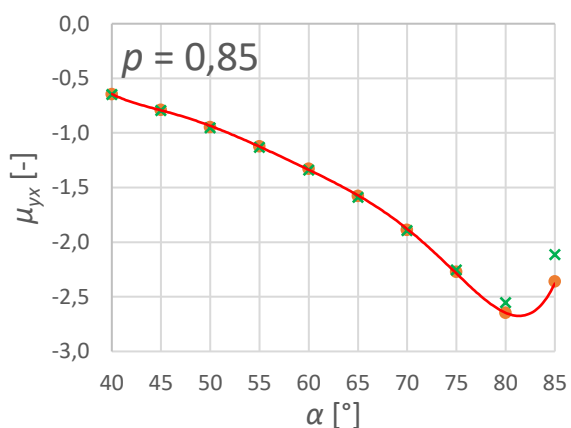
— analyticky    ● prutový model    × plošný model

a)



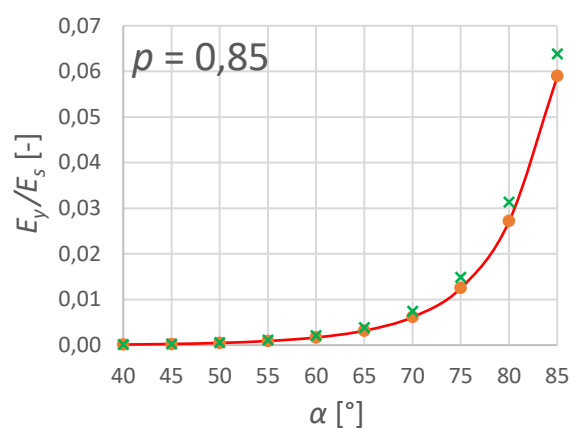
— analyticky    ● prutový model    × plošný model

b)



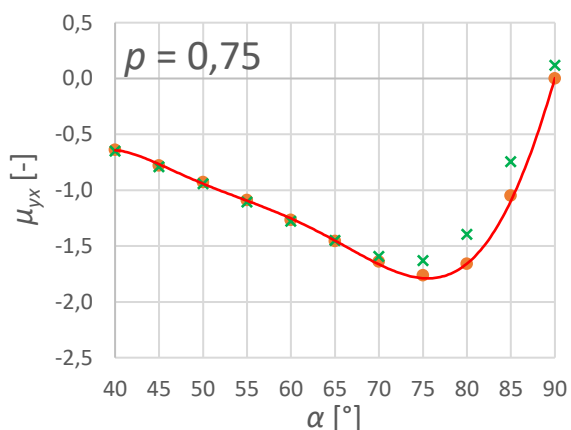
— analyticky    ● prutový model    × plošný model

c)



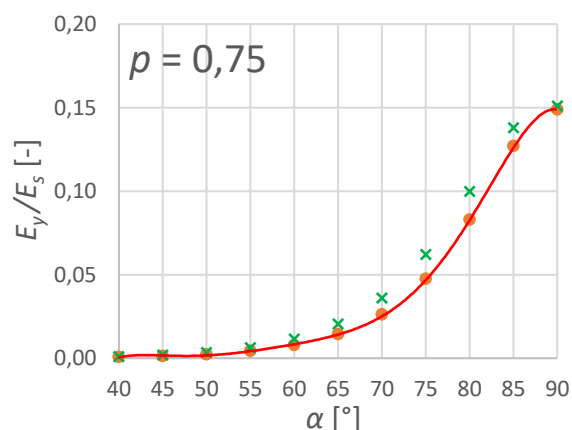
— analyticky    ● prutový model    × plošný model

d)



— analyticky    ● prutový model    × plošný model

e)



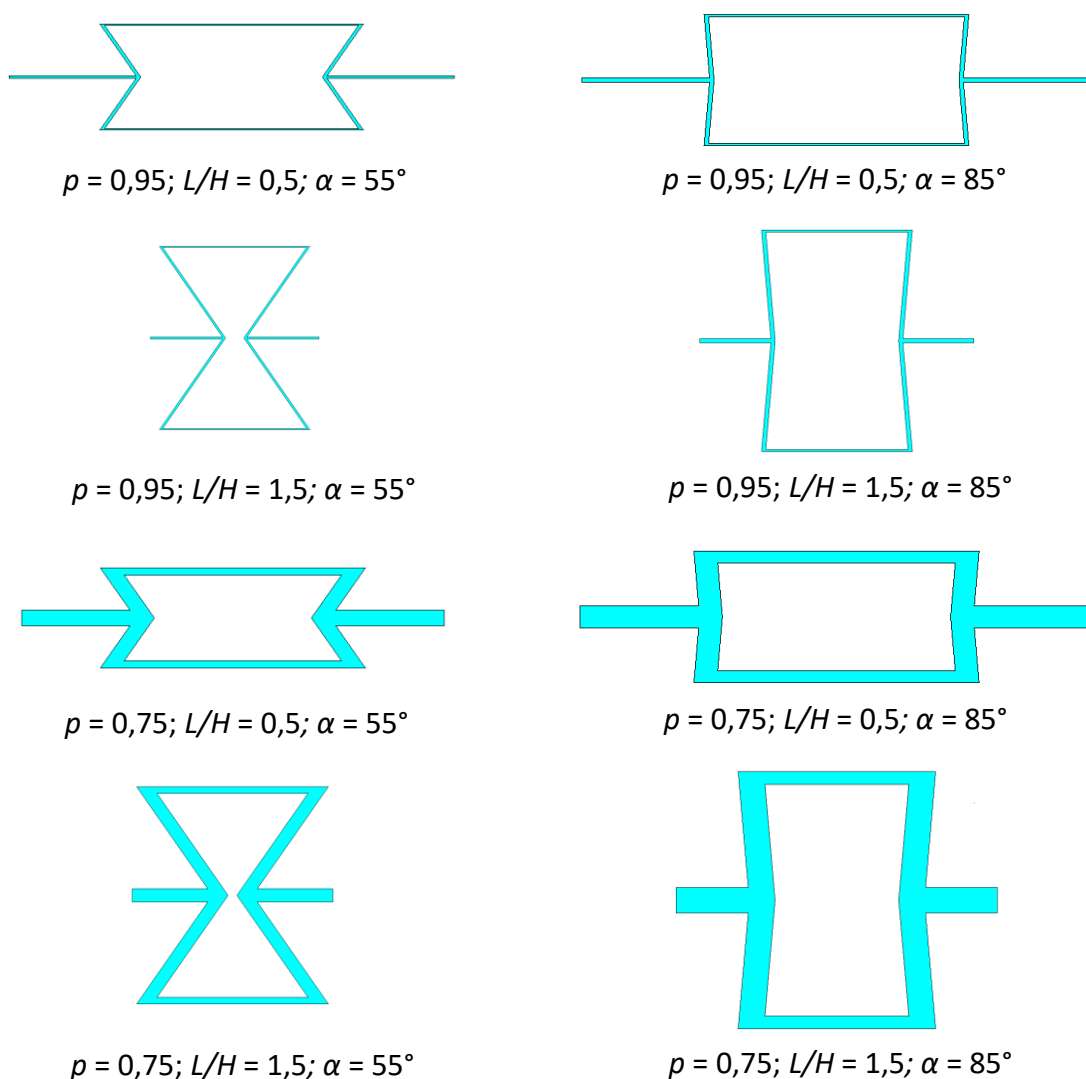
— analyticky    ● prutový model    × plošný model

f)

Obr. 3.10: Porovnání způsobů výpočtu Poissonova poměru pro porozitu: a)  $p = 0,95$ ; c)  $p = 0,85$ ; e)  $p = 0,75$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro porozitu: b)  $p = 0,95$ ; d)  $p = 0,85$ ; f)  $p = 0,75$ ; při zatížení struktury A o poměru  $L/H = 1,25$  ve směru osy  $y$

## 4 PREZENTACE VÝSLEDKŮ – STRUKTURA A

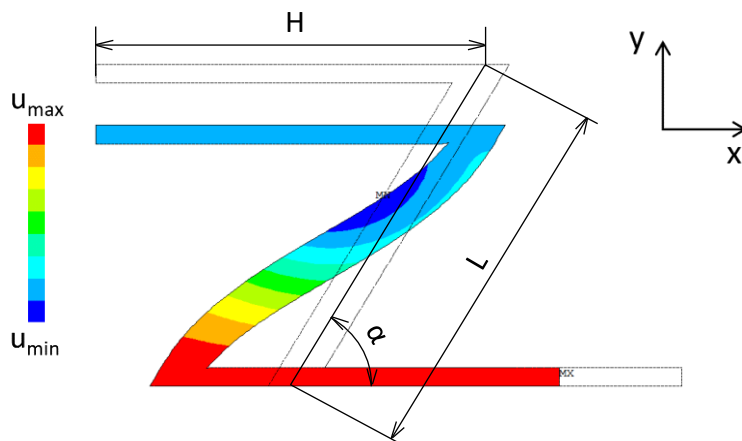
V této části práce jsou podrobně popsány výsledky dosažené metodou konečných prvků pro široký rozsah zadaných rozměrů za účelem vyhodnocení jejich vlivu na chování struktury. Konkrétně se hodnoty porozity  $p$  pohybovaly v intervalu  $\langle 0,95; 0,75 \rangle$ , poměru  $L/H$  v intervalu  $\langle 0,5; 1,5 \rangle$  a úhlu  $\alpha$  v intervalu  $\langle 55^\circ; 90^\circ \rangle$ , přičemž délka  $H$  zůstávala nezávisle na ostatních parametrech konstantní na hodnotě  $H = 10$  mm. Důvodem volby právě tohoto rozsahu parametrů byl především fakt, že při nízkém úhlu  $\alpha$  je velmi omezena realizovatelná délka šikmého trámečku. Pro  $L/H > 1$  by totiž docházelo k dotyku či virtuálnímu přesahu vnitřních rohů buňky. S rostoucím úhlem  $\alpha$  tedy roste i použitelná délka šikmého trámečku a je tedy možné pokrýt větší rozsah modifikací. Navíc čím větší je mezera mezi vnitřními rohy buňky v nezatíženém stavu, tím větší deformace je tato buňka schopna dosáhnout, aniž by došlo k dotyku zmíněných bodů. Na obr. 4.1 jsou pro lepší představu o zkoumané struktuře zobrazeny vybrané modifikace základní buňky.



Obr. 4.1: Znázornění vybraných modifikací struktury A

## 4.1 Lineární analýza – zatížení v ose $x$

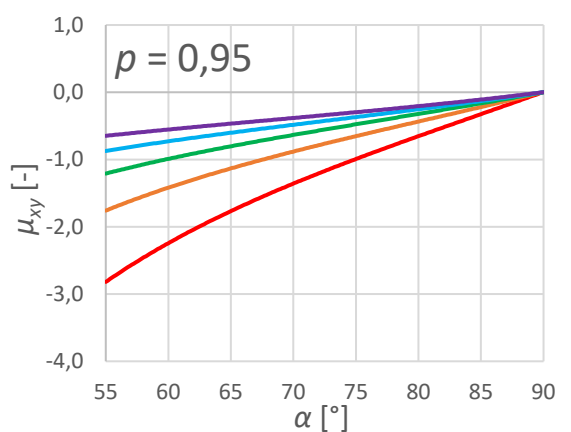
Smyslem této analýzy bylo stanovit odezvu struktury na zatížení směřující rovnoběžně s osou  $x$  platnou pro malé deformace. Z důvodu linearity úlohy jsou zjištěné charakteristiky nezávislé na tom, zda je aplikované zatížení tahové, či tlakové. Obr. 4.2 znázorňuje deformovaný tvar modelu spolu s tvarem v nezatíženém stavu.



Obr. 4.2: Ukázka deformovaného tvaru buňky při zatížení ve směru osy  $x$  (pro  $L/H = 1$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $p = 0,85$ ); vykresleny celkové posuvy uzlů sítě (USUM)

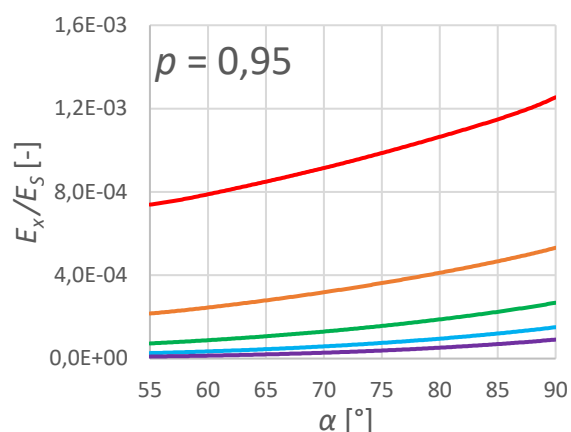
Z pohledu Poissonova poměru je z výsledných grafů (obr. 4.3) jasně patrné, že byl potvrzen auxetický charakter struktury. Jedinou výjimkou jsou modifikace s parametrem  $\alpha = 90^\circ$ , které byly do porovnání přidány záměrně, jelikož v jejich případě má buňka obdélníkový tvar a nemůže již nastat mechanismus způsobující dosažení auxeticity. Zároveň je na příkladu těchto modifikací dobře vidět ovlivnění výsledků Poissonovým poměrem základního materiálu, který byl pro všechny simulace nastaven na hodnotu  $\mu_s = 0,3$ . Zatímco při vysoké porozitě je velikost Poissonova poměru struktury při obdélníkovém tvaru buňky prakticky nulová, s klesající porozitou roste také vliv deformace příčného průřezu trámečků a Poissonův poměr se v tomto případě již dostává do kladných hodnot. Obecně lze říct, že čím nižší je porozita, tím nižší je i velikost dosaženého Poissonova poměru u všech konfigurací. Tato velikost je silně ovlivněna také úhlem  $\alpha$  – pro maximalizaci auxetického efektu je vhodné zvolit tento úhel co nejnižší, což platí i pro poměr  $L/H$ . Z výše uvedeného tedy plyne, že struktura s maximální porozitou a minimální hodnotou parametrů  $\alpha$  a  $L/H$  je schopna dosáhnout nejvyšší velikosti Poissonova poměru.

Tuhost struktury vyjádřená poměrným modulem pružnosti v tahu dle očekávání roste s klesající porozitou. Velký vliv na tuto charakteristiku má poměr  $L/H$ , účinek změny úhlu  $\alpha$  je méně výrazný a s klesající porozitou se ještě více snižuje. Vysvětlením snížení tuhosti s nárůstem délky šikmého trámečku může být to, že tento trámeček lze považovat za nosník primárně namáhaný ohybem. Jak se jeho délka zvyšuje, klesá tím samozřejmě jeho odolnost vůči takovému typu namáhání.



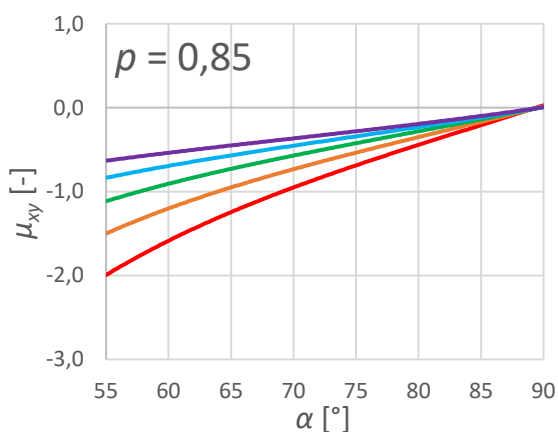
• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

a)



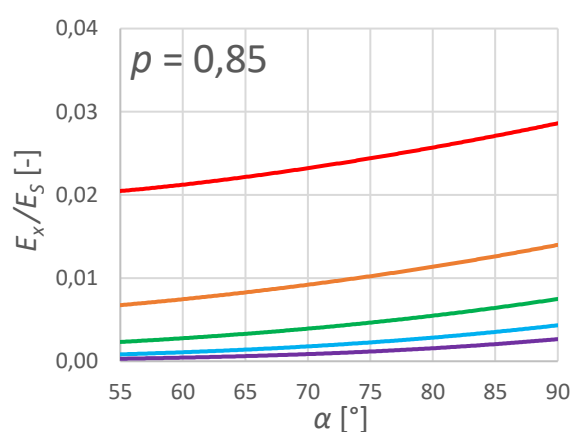
• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

b)



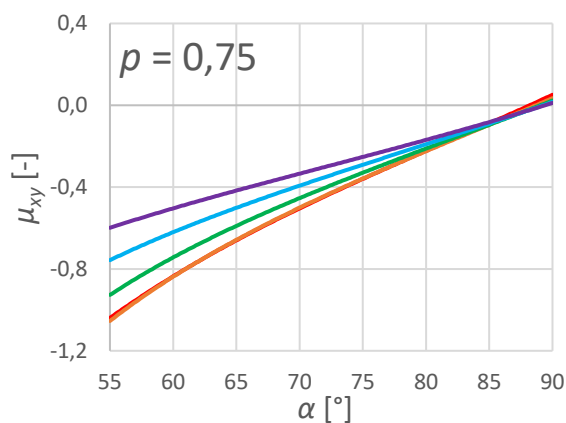
• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

c)



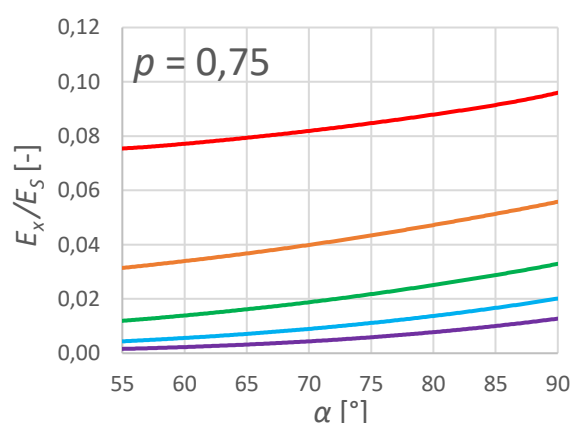
• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

d)



• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

e)



• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

f)

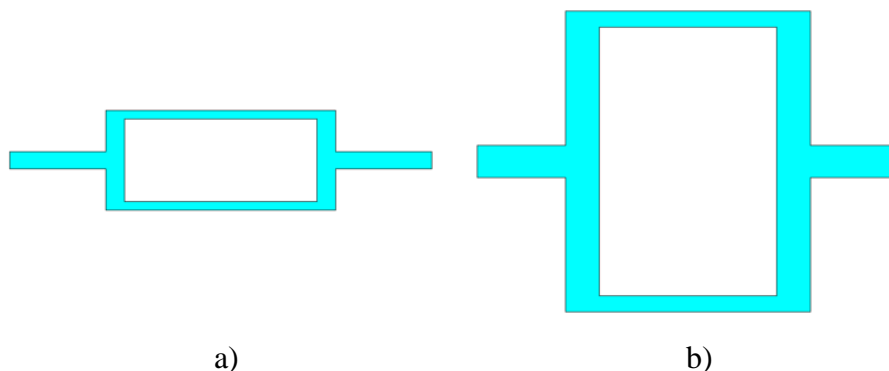
Obr 4.3: Hodnoty Poissonova poměru pro porozitu: a)  $p = 0,95$ ; c)  $p = 0,85$ ; e)  $p = 0,75$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro porozitu: b)  $p = 0,95$ ; d)  $p = 0,85$ ; f)  $p = 0,75$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměru  $L/H$  při zatížení struktury A ve směru osy  $x$

## 4.2 Lineární analýza – zatížení v ose y

Průběh této analýzy byl obdobný jako v předchozím případě s tím rozdílem, že zatížení bylo aplikováno ve směru osy y. Výsledky jsou znázorněny na obr. 4.5.

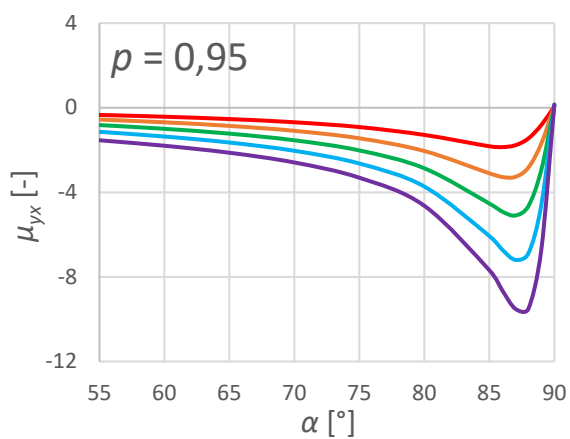
Zatímco při zatížení v ose x se velikost Poissonova poměru s rostoucím úhlem  $\alpha$  postupně snižovala, v tomto případě se jeho hodnota naopak zvyšuje. To však platí pouze do určité hodnoty tohoto úhlu, ve kterém nastává zvrat. Zajímavostí je, že čím je porozita vyšší, tím je tento zvrat prudší a nastává při větším úhlu  $\alpha$ . Vliv poměru  $L/H$  je oproti prvnímu způsobu zatížení přesně opačný. Zároveň tento parametr ovlivňuje hodnotu úhlu  $\alpha$ , při kterém dojde k bodu zvratu – tento efekt se však výrazněji projevuje pouze při nižší porozitě. Ideální struktura z pohledu auxeticity je tedy taková, která má vysokou porozitu a také co nejvyšší poměr  $L/H$ . Úhel  $\alpha$  je pro tento účel nutné volit v závislosti na zmíněných dvou parametrech, k čemuž by měly sloužit přiložené grafické závislosti.

Poměrný modul pružnosti je opět zcela logicky nepřímě úměrný velikosti porozity. Mimo to roste společně s úhlem  $\alpha$ . Tento růst je do určité velikosti tohoto úhlu exponenciální, poté postupně konverguje k hodnotě odpovídající dosažení obdélníkového tvaru buňky. Čím vyšší je porozita, tím je tento nárůst strmější – to také zapříčinilo, že pro zachování rozlišitelnosti zobrazených křivek je pro porozitu  $p = 0,95$  tato závislost vykreslena pouze do hodnoty  $\alpha = 85^\circ$ . Do určité velikosti úhlu  $\alpha$  znamená nižší hodnota poměru  $L/H$  vyšší hodnotu tuhosti – příčina tohoto chování je popsána v kap. 4.1. Jak se však geometrie buňky blíží tvaru obdélníku, tato závislost se postupně otáčí a při  $\alpha = 90^\circ$  dochází k tomu, že největší tuhost je zaznamenána u buňky s nejvyšším poměrem  $L/H$ . Jak se totiž šikmé trámečky postupně natačují do směru působící síly, roste význam jejich tahového, resp. tlakového namáhání na úkor ohybového. Při jednoosém namáhání již tuhost nosníku není ovlivněna jeho délkou nýbrž pouze plochou příčného průřezu a modulem pružnosti v tahu. Z toho důvodu hraje důležitou roli to, jak je tloušťka struktury při konstantní porozitě závislá na poměru  $L/H$ . Obr. 4.4 zachycuje dvě buňky obdélníkového tvaru o porozitě  $p = 0,75$ , z nichž pro jednu platí  $L/H = 0,5$  a pro druhou  $L/H = 1,5$ .

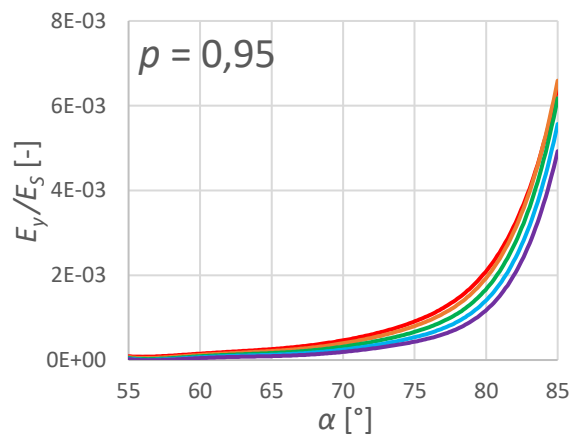


Obr. 4.4: Základní buňka o porozitě  $p = 0,75$  s poměrem: a)  $L/H = 0,5$ ; b)  $L/H = 1,5$

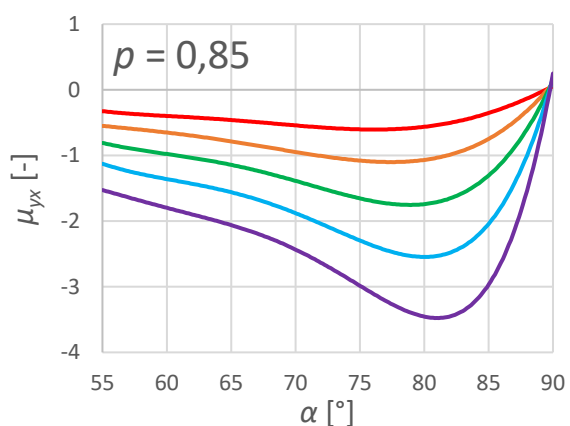
Z tohoto obrázku je na první pohled zřejmé, že tloušťka vyšší buňky je znatelně větší. To je způsobeno tím, že i plocha obdélníku ohraničujícího tuto buňku je větší – zvětšení tloušťky je tedy nutné pro dosažení stejné porozity v obou případech. To však při stejné šířce obou buněk způsobí, že při zatížení ve svislém směru musí vyšší buňka dosahovat větší tuhosti.



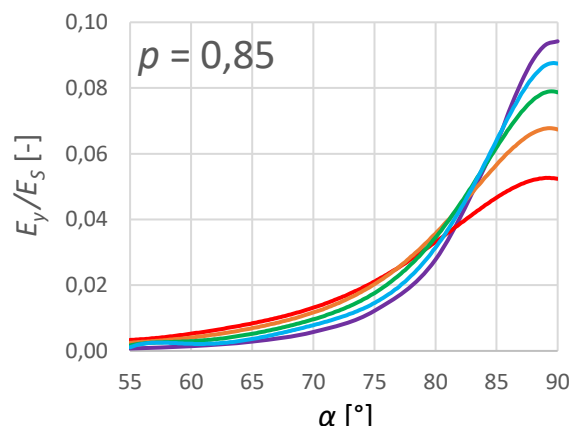
a)  $\mu_{yx}$  [-] vs  $\alpha$  [°] for  $p = 0,95$ . Legend:  $L/H=0,5$  (red),  $L/H=0,75$  (orange),  $L/H=1$  (green),  $L/H=1,25$  (blue),  $L/H=1,5$  (purple).



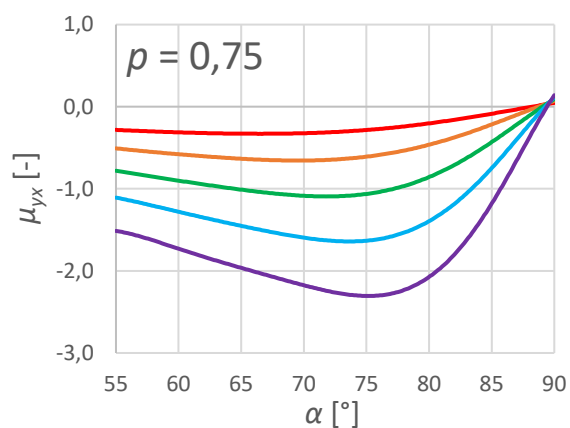
b)  $E_y/E_s$  [-] vs  $\alpha$  [°] for  $p = 0,95$ . Legend:  $L/H=0,5$  (red),  $L/H=0,75$  (orange),  $L/H=1$  (green),  $L/H=1,25$  (blue),  $L/H=1,5$  (purple).



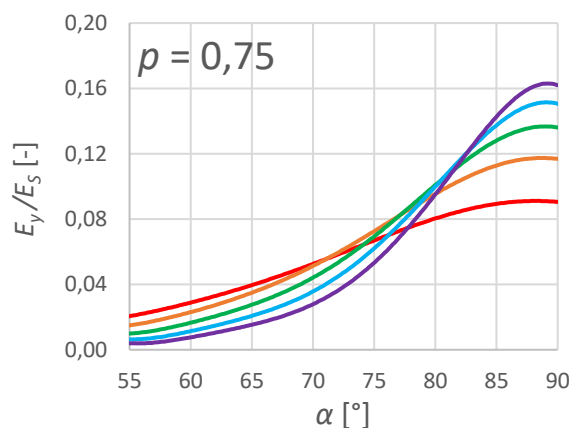
c)  $\mu_{yx}$  [-] vs  $\alpha$  [°] for  $p = 0,85$ . Legend:  $L/H=0,5$  (red),  $L/H=0,75$  (orange),  $L/H=1$  (green),  $L/H=1,25$  (blue),  $L/H=1,5$  (purple).



d)  $E_y/E_s$  [-] vs  $\alpha$  [°] for  $p = 0,85$ . Legend:  $L/H=0,5$  (red),  $L/H=0,75$  (orange),  $L/H=1$  (green),  $L/H=1,25$  (blue),  $L/H=1,5$  (purple).



e)  $\mu_{yx}$  [-] vs  $\alpha$  [°] for  $p = 0,75$ . Legend:  $L/H=0,5$  (red),  $L/H=0,75$  (orange),  $L/H=1$  (green),  $L/H=1,25$  (blue),  $L/H=1,5$  (purple).

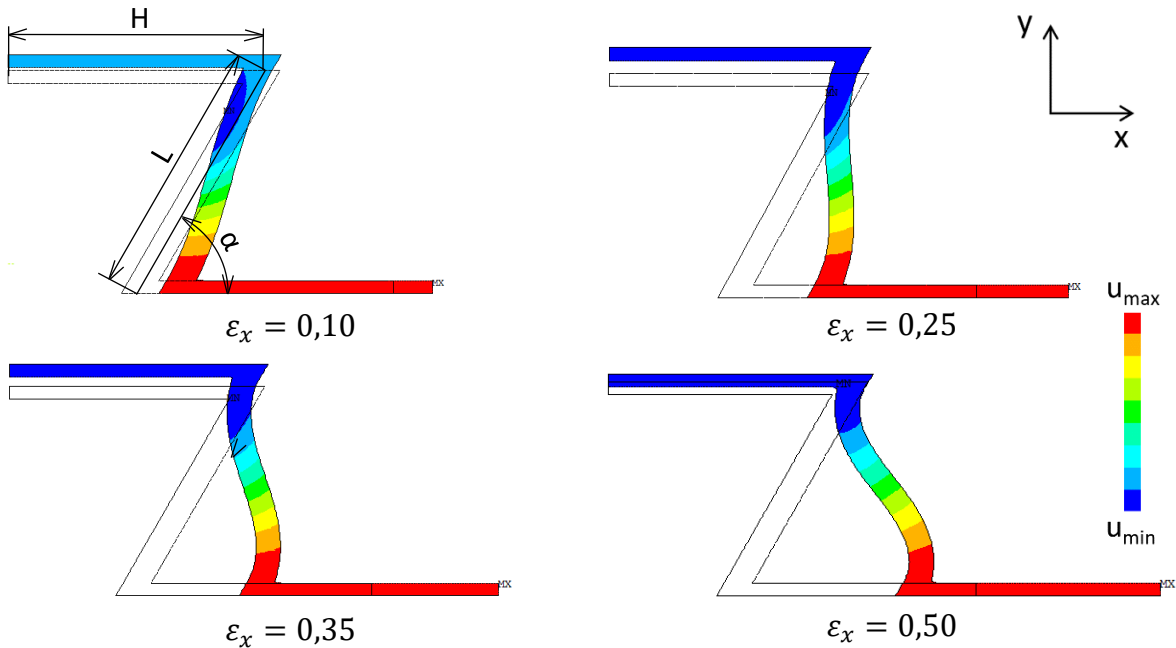


f)  $E_y/E_s$  [-] vs  $\alpha$  [°] for  $p = 0,75$ . Legend:  $L/H=0,5$  (red),  $L/H=0,75$  (orange),  $L/H=1$  (green),  $L/H=1,25$  (blue),  $L/H=1,5$  (purple).

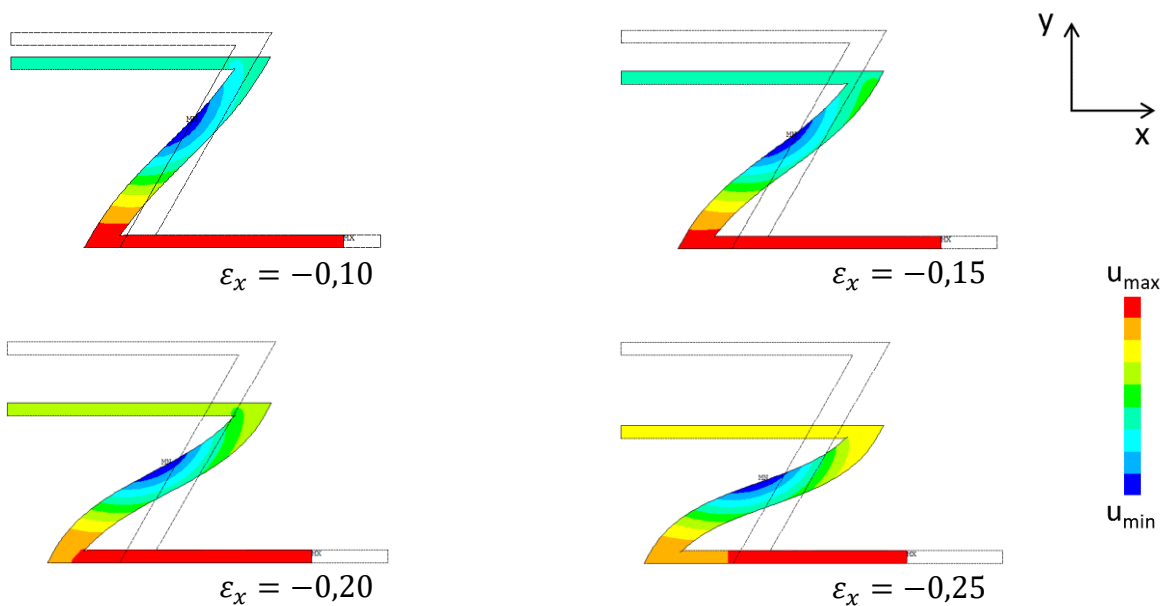
Obr. 4.5: Hodnoty Poissonova poměru pro porozitu: a)  $p = 0,95$ ; c)  $p = 0,85$ ; e)  $p = 0,75$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro porozitu: b)  $p = 0,95$ ; d)  $p = 0,85$ ; f)  $p = 0,75$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměru  $L/H$  při zatížení struktury A ve směru osy  $y$

### 4.3 Nelineární analýza – zatížení v ose $x$

Záměrem této analýzy bylo vyšetřit chování struktury při velkých hodnotách deformace, kdy již nelze zanedbat vliv změny geometrie v průběhu zatěžování. Z toho důvodu byly simulace uskutečněny pro tahové i tlakové zatížení. Zatížení bylo aplikováno v ose  $x$  dle postupu popsaného v kap. 3.4.4. Ilustraci změny geometrie modifikace struktury s parametry  $L/H = 1$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $p = 0,85$  v závislosti na poměrné podélné deformaci při zatížení tahem lze vidět na obr. 4.6, stejná závislost je zobrazena pro tlakové zatížení na obr. 4.7.



Obr. 4.6: Ukázka deformovaného tvaru buňky v závislosti na poměrné podélné deformaci při zatížení tahem v ose  $x$ ; vykresleny celkové posuvy uzlů sítě (USUM)



Obr. 4.7: Ukázka deformovaného tvaru buňky v závislosti na poměrné podélné deformaci při zatížení tlakem v ose  $x$ ; vykresleny celkové posuvy uzlů sítě (USUM)

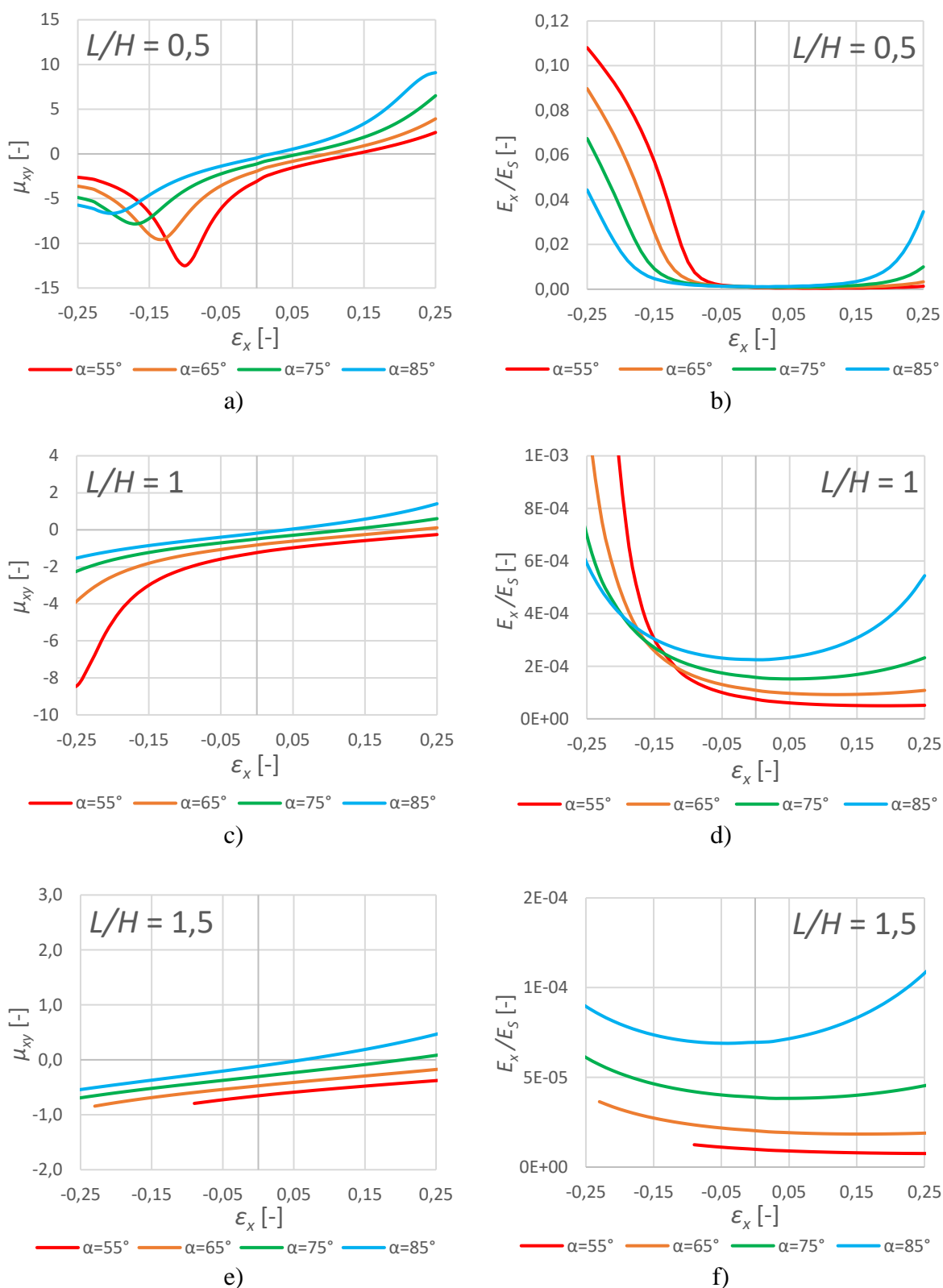


Analyzovány byly struktury o porozitě  $p = 0,95$  a  $p = 0,85$ . Výsledky těchto analýz jsou znázorněny na obr. 4.8, resp. obr. 4.9. Jeden graf reprezentuje vždy jednu hodnotu poměru  $L/H$ , hodnoty příslušné elastické charakteristiky jsou vykresleny v závislosti na poměrné podélné deformaci křivkami reprezentujícími daný úhel  $\alpha$ . Data získaná z tahové i tlakové simulace byla pro lepší názornost umístěna do společných grafů.

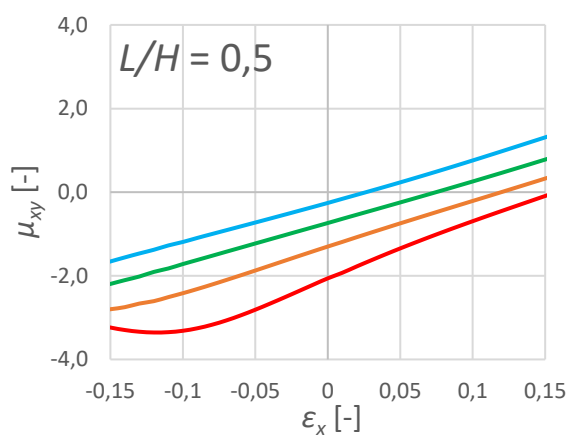
V průběhu zatěžování tlakem Poissonův poměr nejprve klesá do záporných hodnot až do dosažení určitého bodu zvratu, poté se jeho velikost snižuje. Tento jev je nejvíce zřetelný na obr. 4.8a. Bod zvratu nastává tím později, čím větší je porozita struktury, úhel  $\alpha$  i poměr  $L/H$ , u většiny konfigurací proto není při zvoleném rozsahu deformace zobrazen. Tento průběh je do značné míry potvrzením závěrů učiněných z lineární analýzy, tedy že čím menší je úhel  $\alpha$ , tím větší je při zatížení v ose  $x$  velikost Poissonova poměru. Během deformace se totiž šikmé trámečky natáčí do směru působení síly, což v podstatě odpovídá snižování úhlu  $\alpha$ . Při zvyšující se velikosti tohoto natočení je však postupně možnost ohybu trámečků omezena a podstatnou složkou deformace se stává jejich natahování, při kterém nedochází k tak velké změně příčného rozměru a velikost Poissonova poměru se kvůli tomu snižuje. Čím jsou počáteční parametry  $\alpha$ ,  $L/H$  větší, tím je větší i možnost deformace a k tomuto zvratu tak dle očekávání doje později, zároveň je ale dosažená velikost Poissonova poměru nižší. Na obr. 4.8e lze také vidět, že u modifikací  $\alpha = 55^\circ$  a  $\alpha = 65^\circ$  došlo v průběhu deformace k dotyku vnitřních rohů a křivky tak dále nepokračují.

V tahu naopak Poissonův poměr během deformace monotónně roste. Záporný je do chvíle, než buňka dosáhne obdélníkového tvaru. Od tohoto okamžiku již struktura není reentrantní a Poissonův poměr tak s rostoucí deformací nabývá kladných hodnot.

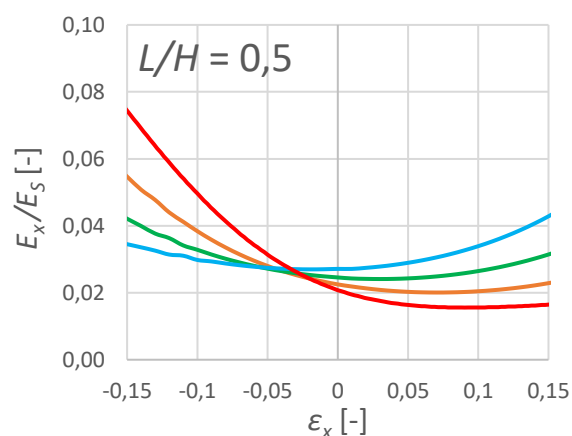
Tuhost struktury se na rozdíl od Poissonova poměru u většiny modifikací během deformace zvyšuje při obou způsobech zatěžování. Především růst tuhosti v tlaku může být vítanou vlastností například pro konstrukci chráničů popsaných v rešeršní části práce.



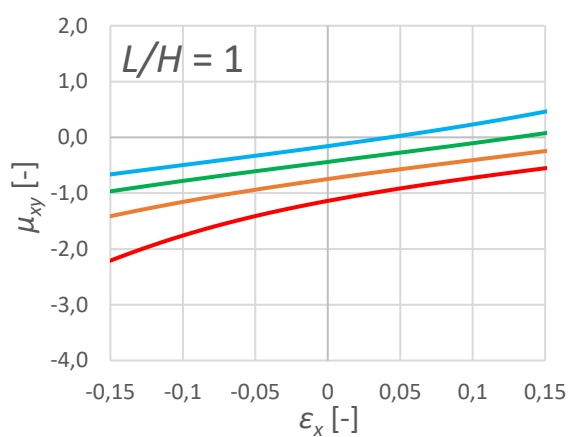
Obr. 4.8: Hodnoty Poissonova poměru pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; c)  $L/H = 1$ ; e)  $L/H = 1,5$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: b)  $L/H = 0,5$ ; d)  $L/H = 1$ ; f)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury A o porozitě  $p = 0,95$  ve směru osy  $x$



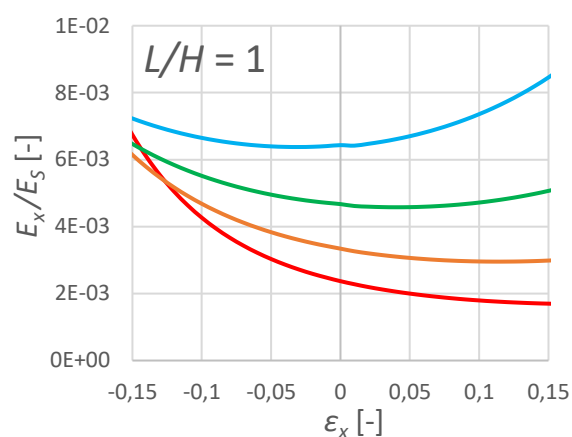
a)



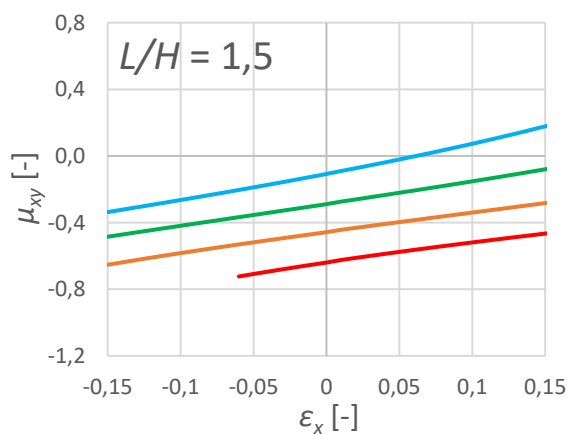
b)



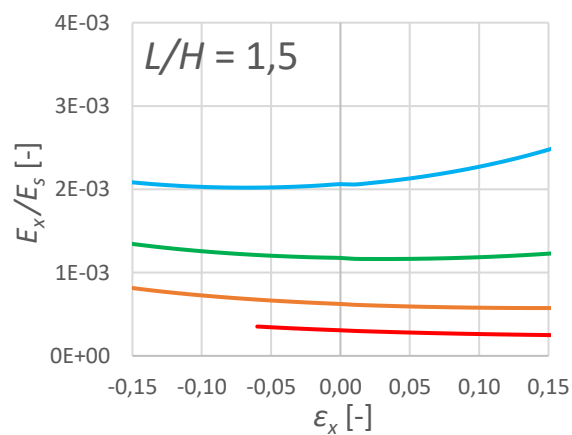
c)



d)



e)

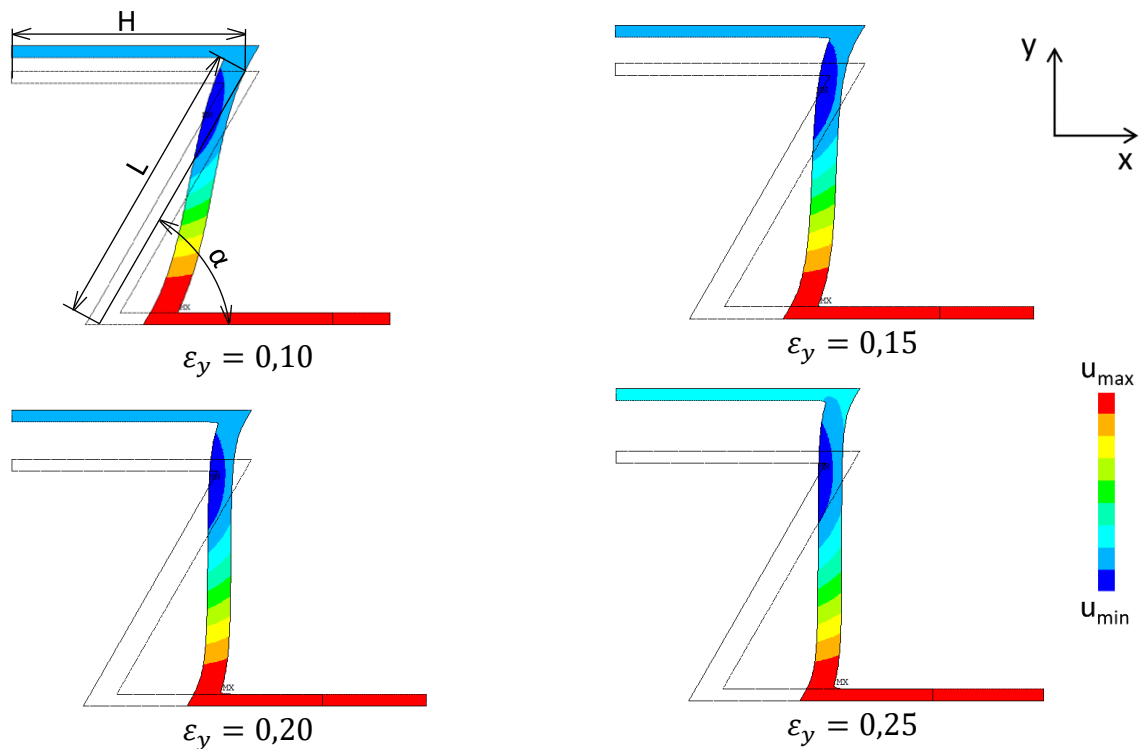


f)

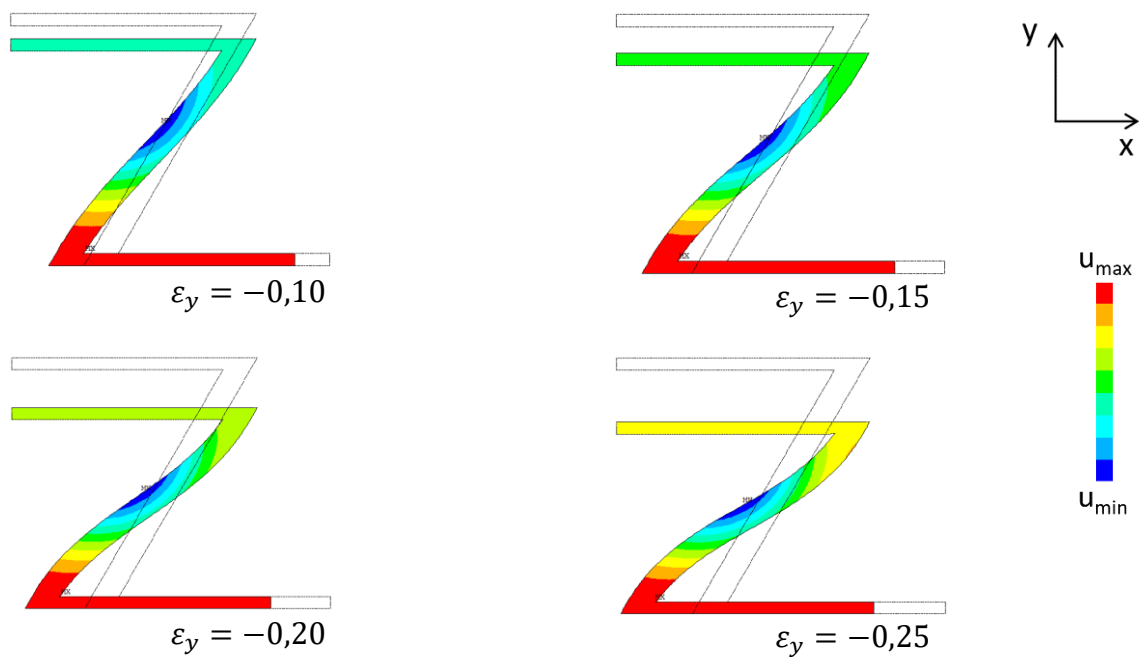
Obr. 4.9: Hodnoty Poissonova poměru pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; c)  $L/H = 1$ ; e)  $L/H = 1,5$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: b)  $L/H = 0,5$ ; d)  $L/H = 1$ ; f)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury A o porozitě  $p = 0,85$  ve směru osy  $x$

#### 4.4 Nelineární analýza – zatížení v ose y

Rozdíl oproti analýze popsané v předchozí kapitole zde spočívá v tom, že posuv byl aplikován ve směru osy y na horní hranu modelu. Ilustrace deformovaného tvaru buňky jsou na obr. 4.10 a obr. 4.11 vykresleny pro parametry  $L/H = 1,25$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $p = 0,85$ .



Obr. 4.10: Ukázka deformovaného tvaru buňky v závislosti na poměrné podélné deformaci při zatížení tahem v ose y; vykresleny celkové posuvy uzlů sítě (USUM)



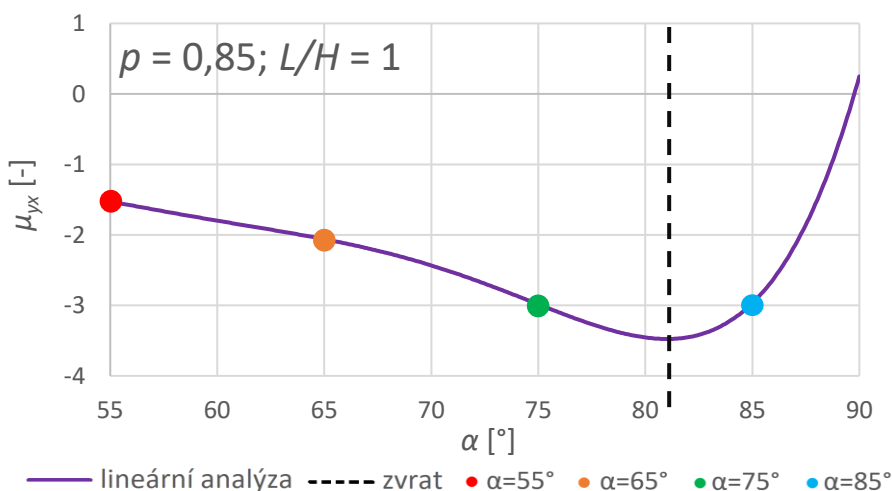
Obr. 4.11: Ukázka deformovaného tvaru buňky v závislosti na poměrné podélné deformaci při zatížení tlakem v ose y; vykresleny celkové posuvy uzlů sítě (USUM)

Zatímco v tlaku se deformovaný tvar při změně směru zatížení příliš nezměnil, v tahu je rozdíl výrazný. V tomto případě se totiž při dosažení obdélníkového tvaru tento tvar již dále nemění a pouze dochází k natahování svislých trámečků. Výsledky tahové i tlakové simulace jsou opět uvedeny ve společných grafech pro porozitu  $p = 0,95$  (obr. 4.13) a  $p = 0,85$  (obr. 4.14).

Grafické závislosti zobrazující Poissonův poměr opět potvrzují data získaná z lineárních analýz popsaných v kap. 4.1. Hodnoty deformace, ve kterých zde nastává zvrát v průběhu jednotlivých křivek, v podstatě odpovídají bodům zvratu zjištěných právě v těchto lineárních analýzách. Z nich mimo jiné vyplynulo, že velikost Poissonova poměru struktury se při zatížení v ose  $y$  s rostoucím úhlem  $\alpha$  zvyšuje, ovšem pouze do dosažení určité hodnoty tohoto úhlu, od které se postupně přibližuje k nulovým hodnotám. Když se tedy struktura v počátečním nedeformovaném stavu nachází před pomyslným bodem zvratu, tzn. její počáteční úhel  $\alpha$  je menší než úhel, při kterém se v lineární analýze tento zvrát projevil, tlaková deformace povede k tomu, že tento úhel se bude dále snižovat a Poissonův poměr se tedy postupně bude blížit nulovým hodnotám. Naopak tahová deformace způsobuje zvyšování tohoto úhlu, což způsobuje i růst velikosti Poissonova poměru, ovšem opět pouze do doby, kdy je dosažena jakási kritická hodnota úhlu  $\alpha$ , kdy je buňka již velmi blízko tvaru obdélníku, další ohyb šikmých trámečků není možný a jsou tím pádem pouze natahovány, což způsobuje zanedbatelnou změnu příčného rozměru a Poissonův poměr je z toho důvodu blízký nule. Čím menší je počáteční úhel  $\alpha$ , tím později přirozeně nastane dosažení tohoto stavu.

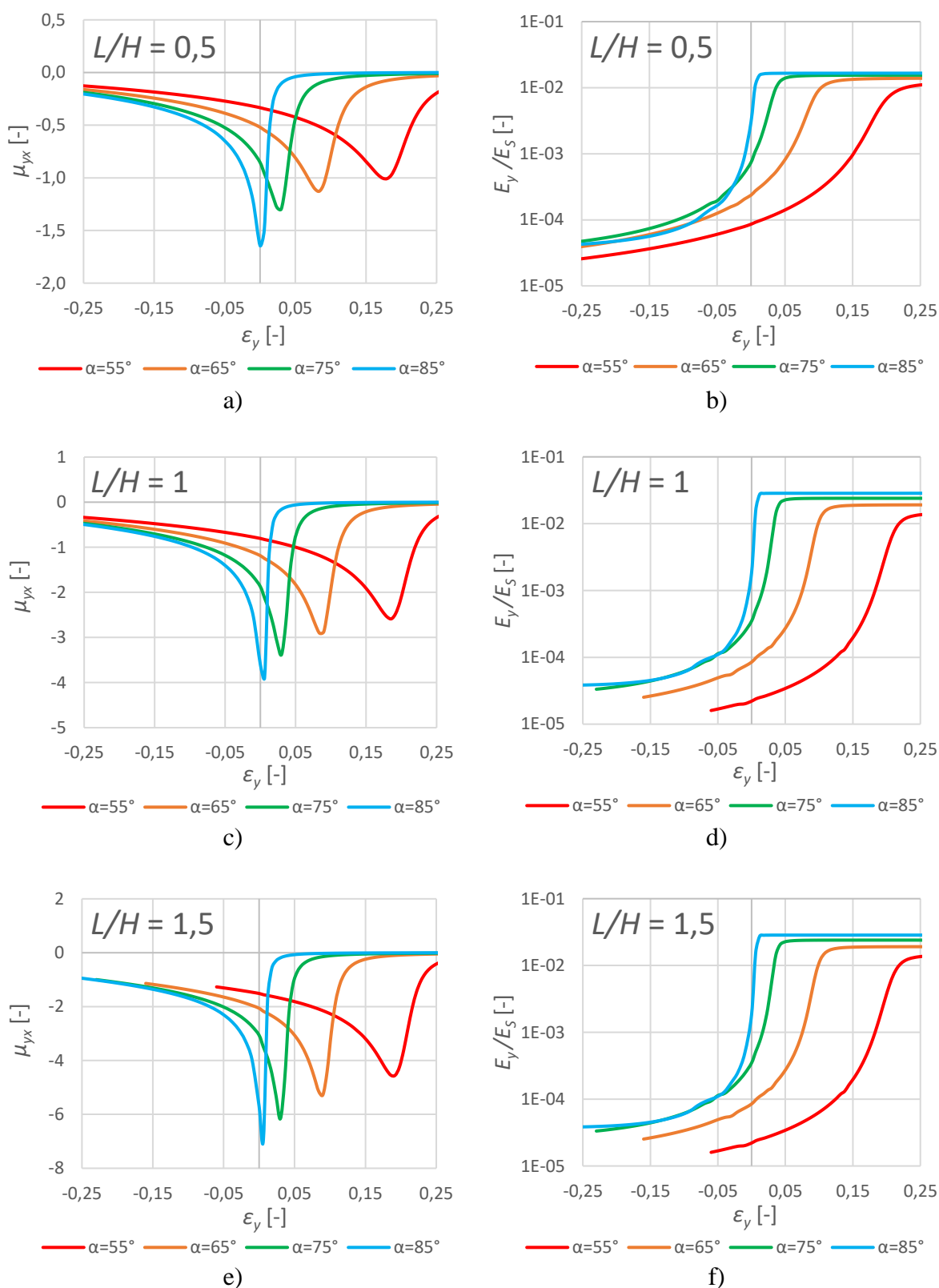
Pokud se však buňka v nedeformovaném tvaru nachází za bodem zvratu (např. modifikace  $\alpha = 85^\circ$  na obr. 4.14a), tzn. její počáteční úhel  $\alpha$  je větší než úhel, při kterém se v lineární analýze tento zvrát projevil, v tlaku nejprve nastává pokles Poissonova poměru do záporných hodnot (tedy růst jeho velikosti), po dosažení kritické hodnoty úhlu mezi trámečky se ale jeho průběh otáčí a směřuje stejně jako u ostatních modifikací k nulovým hodnotám.

Způsob posouzení, v jakém počátečním stavu se buňka nachází, je naznačen na obr. 4.12. Ten zachycuje závislost Poissonova poměru na úhlu  $\alpha$  pro modifikaci  $p = 0,85$ ,  $L/H = 1$  zjištěnou při lineární analýze. Při pohledu na nelineární analýzu této modifikace na obr. 4.14c je díky obrázku uvedenému níže zřejmé, proč na křivce pro parametr  $\alpha = 85^\circ$  nastal zvrát při deformaci tlakem, zatímco u zbylých křivek tomu tak bylo až při deformaci tahem.

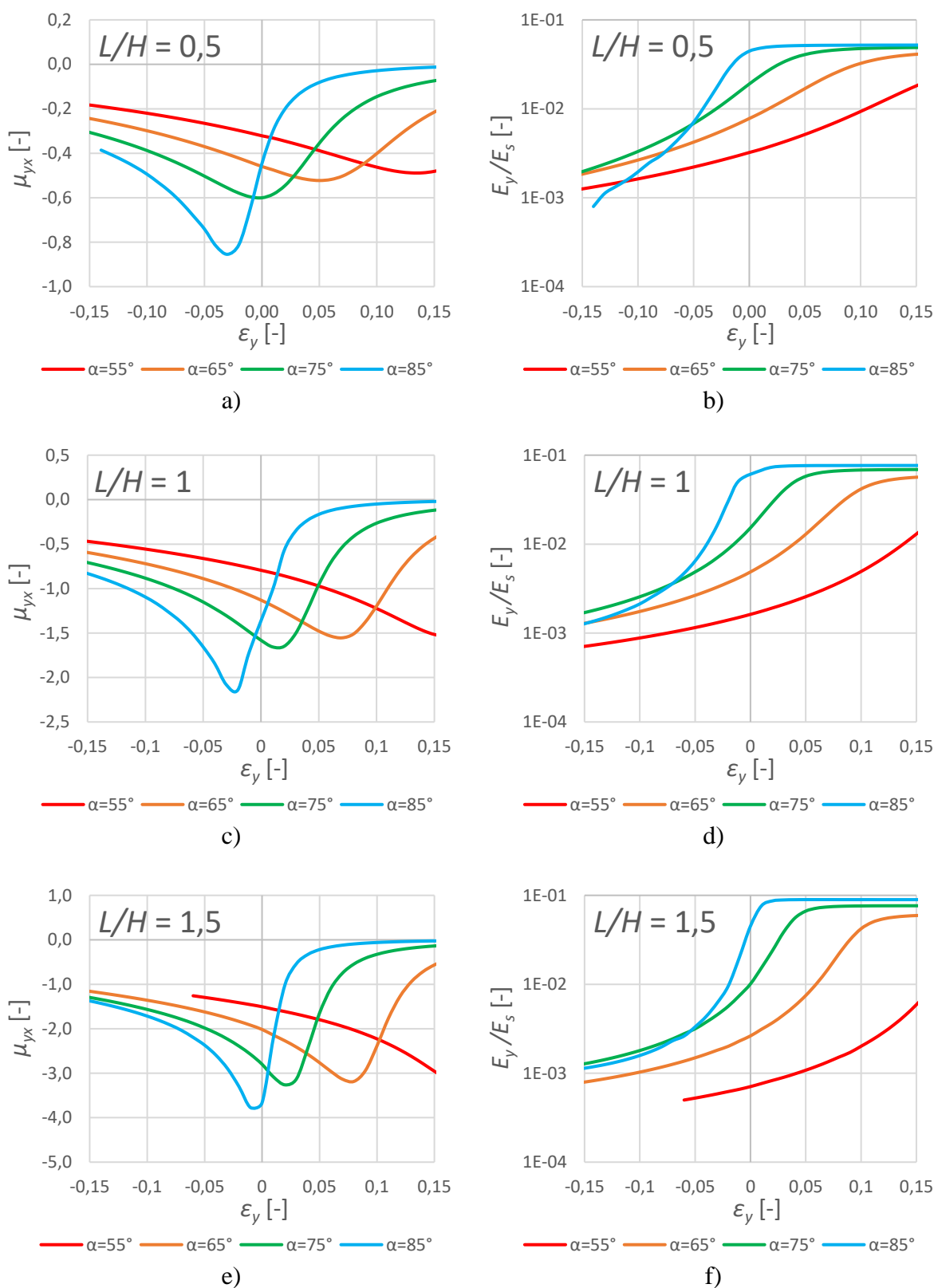


Obr. 4.12: Počáteční stav jednotlivých modifikací vůči bodu zvratu při parametrech  $p = 0,85$ ,  $L/H = 1$

Křivky zobrazující závislost poměrného modulu pružnosti v tahu na poměrné podélné deformaci jsou naproti tomu na celém intervalu monotónně rostoucí. To lze opět interpretovat jako analogii se závěry lineární analýzy – při té bylo zjištěno, že zvětšování úhlu  $\alpha$  vede vždy k nárůstu tuhosti. Pokud je tedy struktura deformována tlakem a úhel mezi trámečky se snižuje, musí to nevyhnutelně znamenat pokles tuhosti. Naopak její nárůst nastane v případě, že je struktura zatěžována tahem a úhel mezi trámečky se zvětšuje. Rozdíl v závislosti na fázi deformace je velmi výrazný, proto je v grafech použito logaritmické měřítko. Také je zde dobře patrné, že po dosažení obdélníkového tvaru je buňka pouze natahována a tuhost se tedy již dále nemění. Tuhost v tomto stavu je tím větší, čím větší je počáteční úhel  $\alpha$ . Opět je to způsobeno tím, že tloušťka buňky s větším počátečním úhlem musí být pro dosažení stejné porozity vyšší než u buňky, kde je tento počáteční úhel malý – jedná se tedy o analogii jevu popsaného v kap. 4.2.



Obr. 4.13: Hodnoty Poissonova poměru pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; c)  $L/H = 1$ ; e)  $L/H = 1,5$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: b)  $L/H = 0,5$ ; d)  $L/H = 1$ ; f)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury A o porozitě  $p = 0,95$  ve směru  $y$



Obr. 4.14: Hodnoty Poissonova poměru pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; c)  $L/H = 1$ ; e)  $L/H = 1,5$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: b)  $L/H = 0,5$ ; d)  $L/H = 1$ ; f)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury A o porozitě  $p = 0,85$  ve směru osy  $y$



## 5 POROVNÁNÍ S EXPERIMENTEM – STRUKTURA A

Experimentální data byla získána z [52], kde bylo provedeno měření elastických vlastností 2D *reentrant honeycomb* struktur v průběhu tahové deformace – těmto experimentům by tedy měly odpovídat výsledky získané nelineárními analýzami v systému ANSYS. Měření proběhlo jak při zatížení v ose  $x$ , tak v ose  $y$  na struktuře obsahující  $5 \times 7$  buněk. Okraje zkušební vzorku, na které bylo aplikováno vnější zatížení, byly k rámu stroje uchyceny pomocí vazeb umožňujících pohyb v kolmém směru (obr. 5.1), kontaktní plochy ve vazbě byly namazány pro minimalizaci tření. Zbylé dva okraje byly ponechány volně. Parametry struktury se mírně lišily v závislosti na orientaci působící síly a jsou zapsány v tab. 5.1.



Obr. 5.1: Uchycení zkušební vzorku k rámu stroje [52]

Tab. 5.1: Rozměry vzorků podrobených experimentu; přepočítáno pro parametry použité v této práci dle [52]

směr zatížení struktury	$H$ [mm]	$L$ [mm]	$\alpha$ [°]	$t$ [mm]
$x$	8,4	8,4	40	0,33
$y$	8,4	8,4	45	0,33

Vzorky byly vyrobeny 3D tiskem z polymeru VisiJet SL Flex. Modul pružnosti v tahu tohoto materiálu byl stanoven z křivky tahové zkoušky provedené autory experimentu na hodnotu  $E_s = 1020$  MPa, Poissonův poměr byl v simulacích ponechán na obecné hodnotě  $\mu_s = 0,3$ , jelikož vzhledem k tloušťce struktury je případné ovlivnění dosažených výsledků zcela zanedbatelné.

Na rozdíl od analýz provedených v této práci je tuhost struktury v experimentu vyhodnocována závislostí smluvního napětí, zde označeného písmenem  $R$ , na poměrné podélné deformaci. Toto smluvní napětí je určeno vztahem:

$$R = \frac{F}{S_0}, \quad (5.1)$$

kde  $F$  označuje vnější zátěžnou sílu a  $S_0$  počáteční plochu příčného průřezu v rovině kolmé na směr zatížení při uvažování struktury jako plného tělesa.

Porovnání výsledků experimentu s numerickými simulacemi je zobrazeno na obr. 5.2.

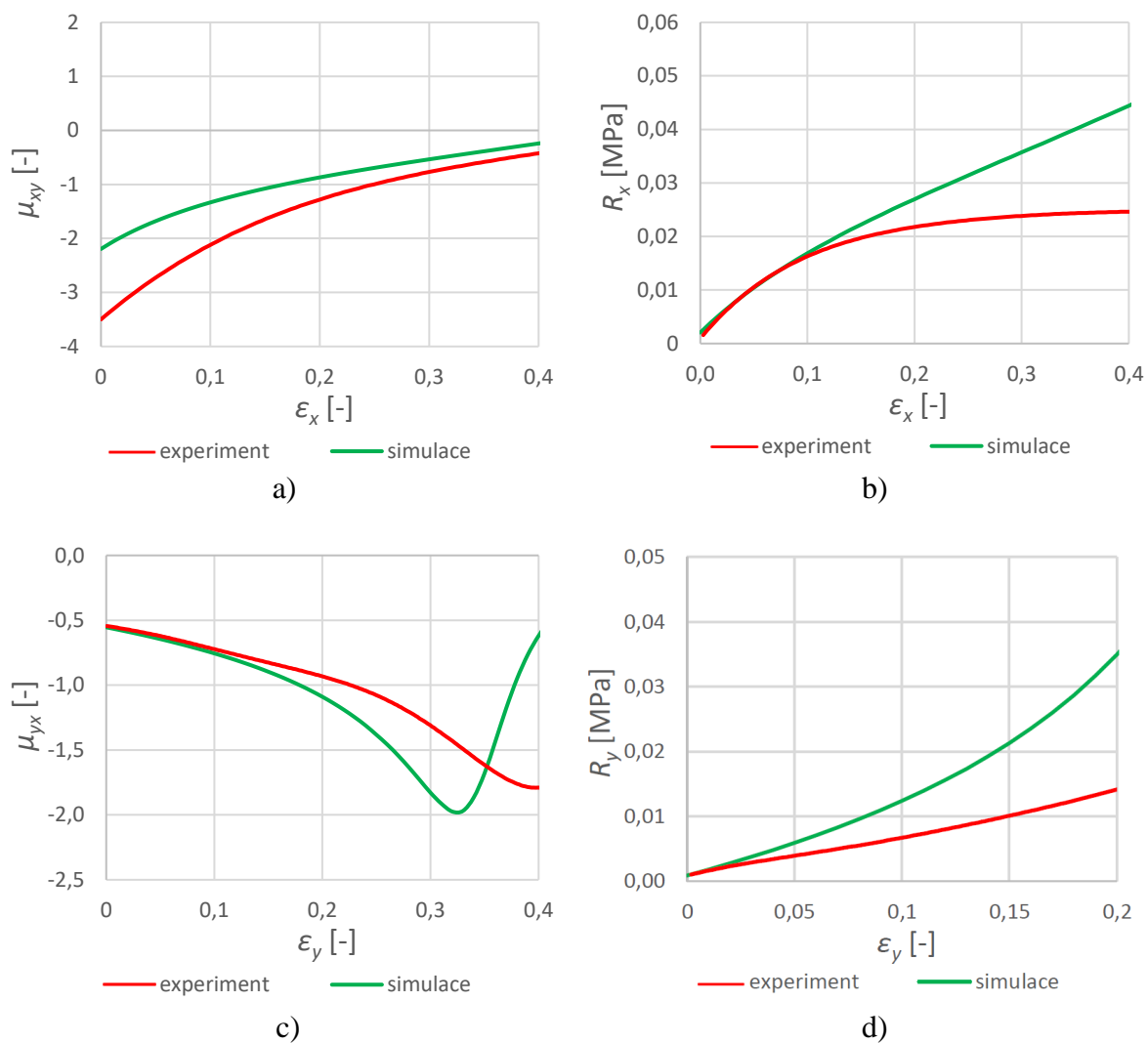
Při zatížení ve směru osy  $x$  je tvar obou křivek Poissonova poměru shodný, nicméně jejich odchylka je zejména v začátku deformace poměrně vysoká. Jelikož je počáteční úhel  $\alpha$  relativně malý ( $40^\circ$ ), mohla odchylku způsobit určitá nepřesnost při výrobě zkušebního tělesa. Jak totiž bylo prokázáno v kap 4.1, čím je úhel  $\alpha$  menší, tím více jeho malá změna ovlivní hodnotu Poissonova poměru.

Naopak křivky smluvního napětí jsou v tomto směru zatížení od začátku deformace prakticky shodné, výrazněji se odchyľují až při překročení hodnoty  $\varepsilon_x = 0,1$ . S největší pravděpodobností je tento rozdíl způsoben především koncentrací napětí v rozích jednotlivých buněk a jejich následnému zplastizování, které má za následek snížení tuhosti celé struktury. V simulacích k tomuto jevu v důsledku použití hookeovského modelu materiálu přirozeně nedochází.

U Poissonova poměru při zatížení ve směru osy  $y$  je situace obdobná – obě křivky se také shodují přibližně do hodnoty  $\varepsilon_x = 0,1$ .

Co se týče smluvního napětí ve směru  $y$ , křivky se v tomto případě rozcházejí již při velmi malé deformaci. Roli zde může hrát jednak zmíněná plastická deformace v rozích buněk a dále také možná nepřesnost vzniklá při stanovení modulu pružnosti v tahu základního materiálu odečtením hodnot z grafu tahové zkoušky.

Celkově lze konstatovat, že experimentální data potvrdila závislosti zjištěné numerickými simulacemi, zmíněné odchylky jsou patrně způsobené použitím nejjednoduššího modelu materiálu a s tím spojeným zanedbáním nelinearit. Jelikož hlavním cílem práce je stanovení vlivu geometrických parametrů struktury na elastické charakteristiky spíše než konkrétní hodnoty těchto veličin, je možné považovat soulad s experimentem za uspokojivý.



Obr. 5.2: Porovnání hodnot Poissonova poměru při zatížení: a) v ose x; c) v ose y; a smluvního napětí při zatížení: b) v ose x; d) v ose y; získaných z experimentu [52] a numerických simulací struktury A v závislosti na poměrné podélné deformaci

## 6 ZÁVĚR

Primárním cílem této práce byla analýza vybraných auxetických struktur za účelem zjištění dosažitelných hodnot elastických charakteristik (především Poissonova poměru) a vyhodnocení, jakým způsobem jsou tyto hodnoty ovlivněny konkrétními geometrickými parametry u několika vybraných auxetických buněk. Dalším cílem bylo rovněž analyzovat, jak se u dané geometrické konfigurace auxetické struktury mění uvedené elastické charakteristiky s velikostí její deformace, kdy dochází k výrazné změně původní geometrie.

Výpočtové modelování zahrnovalo numerické simulace založené na metodě konečných prvků v programu ANSYS Mechanical APDL. Pomocí programovacího jazyka APDL byly vytvořeny výpočetní skripty definující celý proces řešení dané úlohy od tvorby geometrie až po vyhodnocení požadovaných veličin. Díky tomu byla celá analýza do značné míry automatizována – po zadání příslušných parametrů do výpočetního skriptu proběhl výpočet bez nutnosti dalších zásahů ze strany uživatele. Tato skutečnost umožnila provést efektivně velké množství simulací a maximalizovat tak rozsah hodnot vstupních parametrů pro pokrytí co nejširšího spektra modifikací zkoumaných struktur. Numerické výpočty byly doplněny o výsledky dosažené pomocí dostupných analytických vztahů za účelem výběru optimálního výpočtového modelu.

V hlavní části práce byla podrobně analyzována struktura označená písmenem A, která představuje jednu z nejrozšířenějších auxetických struktur mimo jiné díky široké škále realizovatelných modifikací. Zvoleny byly celkem 4 parametry plně definující její geometrii tak, aby získané výsledky byly aplikovatelné na všechny struktury tohoto typu bez ohledu na velikost základní buňky. Prezentovány byly nejprve závislosti Poissonova poměru a tuhosti na všech těchto vybraných parametrech stanovené řešením lineární úlohy platným pro malé deformace, poté byly doplněny také výsledky nelineárních úloh znázorňující změnu těchto veličin v průběhu deformace dosahující až 25 % velikosti buňky. Obecně bylo prokázáno, že zvýšení porozity vede k výraznějšímu auxetickému efektu, tj. nárůstu velikosti Poissonova poměru, a naopak ke snížení tuhosti. Vliv ostatních parametrů není možné jednoznačně zobecnit, jelikož závisí vždy na dané modifikaci struktury a směru zatížení. Provedené simulace byly také porovnány s výsledky experimentů popsanych v uvedené literatuře. Toto srovnání ukázalo, že vytvořené konečnoprvkové modely velmi dobře předpovídají charakter průběhu vyšetřovaných veličin během zatěžování a při malé deformaci zpravidla také jejich konkrétní hodnoty. Pro přesnější shodu mezi výsledky simulací a experimentů by bylo zapotřebí použít ve výpočtu komplexnější model materiálu, ze kterého je zkoumaná struktura vyrobena, podrobně vymodelovat geometrické detaily v rozích buněk, kde dochází ke koncentraci napětí, a zahrnout z toho plynoucí nelineární jevy, zejména pak vznik plastické deformace. Cílem práce však bylo poskytnout obecně platné závislosti sloužící k předběžnému návrhu daných struktur a výše uvedené návrhy by tak byly případně zohledněny v navazující analýze.

Stejně jako popsaná struktura A byly zkoumány další dvě auxetické struktury obdobného typu, z nichž jedna je založena na trojrozměrné geometrii základní buňky. Výsledky jejich simulací jsou do značné míry potvrzením závislostí a deformačních mechanismů pozorovaných na struktuře A. Z důvodu přehlednosti a srozumitelnosti celé práce je proto detailní popis těchto struktur pro případ hlubšího zájmu o danou problematiku umístěn v příloze, kde je mimo jiné obsaženo také porovnání dosažitelných vlastností jednotlivých struktur pro výběr optimální varianty vhodné ke konkrétní praktické aplikaci.

# SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] EVANS, K., M. NKANSAH, I. HUTCHINSON a S. ROGERS. Molecular network design. *Nature* [online]. 1991, **353**(6340), 124. ISSN 0028-0836. Dostupné z: doi:10.1038/353124a0
- [2] LIM, Teik-Cheng. *Auxetic Materials and Structures* [online]. Singapore: Springer Singapore, 2015. Engineering Materials. ISBN 978-981-287-274-6. Dostupné z: doi:10.1007/978-981-287-275-3
- [3] PTÁČEK, Luděk. *Nauka o materiálu I.* 2., opr. a rozš. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003. ISBN 80-7204-283-1.
- [4] CARNEIRO, V., J. MEIRELES a H. PUGA. Auxetic materials — A review. *Materials Science-Poland* [online]. 2013, **31**(4), 561-571. ISSN 2083-1331. Dostupné z: doi:10.2478/s13536-013-0140-6
- [5] Mechanické vlastnosti pevných látek. *E-konstrukter* [online]. 2013. Dostupné z: <https://e-konstrukter.cz/prakticka-informace/mechanicke-vlastnosti-pevnych-latek>
- [6] Poisson's ratio. *BrainKart.com* [online]. 2018. Dostupné z: [http://www.brainkart.com/article/Poisson---s-ratio\\_36178/](http://www.brainkart.com/article/Poisson---s-ratio_36178/)
- [7] GREAVES, G. Neville. Poisson's ratio over two centuries: challenging hypotheses. *Notes and Records: the Royal Society Journal of the History of Science* [online]. 2013, **67**(1), 37-58. ISSN 0035-9149. Dostupné z: doi:10.1098/rsnr.2012.0021
- [8] BAUGHMAN, R., J. SHACKLETTE, A. ZAKHIDOV a S. STAFSTRÖM. Negative Poisson's ratios as a common feature of cubic metals. *Nature* [online]. 1998, **392**(6674), 362-365. ISSN 0028-0836. Dostupné z: doi:10.1038/32842
- [9] DUNCAN, O., T. SHEPHERD, Ch. MORONEY et al. Review of Auxetic Materials for Sports Applications: Expanding Options in Comfort and Protection. *Applied Sciences* [online]. 2018, **8**(6), 941. ISSN 2076-3417. Dostupné z: doi:10.3390/app8060941
- [10] LEES, C., J. VINCENT a J. HILLERTON. Poisson's Ratio in Skin. *Bio-Medical Materials and Engineering* [online]. 1991, **1**(1), 19-23. ISSN 09592989. Dostupné z: doi:10.3233/BME-1991-1104
- [11] GATT, R., M. VELLA WOOD, A. GATT et al. Negative Poisson's ratios in tendons: An unexpected mechanical response. *Acta Biomaterialia* [online]. 2015, **24**, 201-208. ISSN 17427061. Dostupné z: doi:10.1016/j.actbio.2015.06.018
- [12] HERAKOVICH, Carl T. Composite Laminates with Negative Through-the-Thickness Poisson's Ratios. *Journal of Composite Materials* [online]. 1984, **18**(5), 447-455. ISSN 0021-9983. Dostupné z: doi:10.1177/002199838401800504

- [13] WOJCIECHOWSKI, K.W. Constant thermodynamic tension Monte Carlo studies of elastic properties of a two-dimensional system of hard cyclic hexamers. *Molecular Physics* [online]. 1987, **61**(5), 1247-1258. ISSN 0026-8976. Dostupné z: doi:10.1080/00268978700101761
- [14] LAKES, R. Foam Structures with a Negative Poisson's Ratio. *Science* [online]. 1987, **235**(4792), 1038-1040. ISSN 0036-8075. Dostupné z: doi:10.1126/science.235.4792.1038
- [15] BHULLAR, Sukhwinder K. Three decades of auxetic polymers: a review. *E-Polymers* [online]. 2015, **15**(4), 205-215. ISSN 1618-7229. Dostupné z: doi:10.1515/epoly-2014-0193
- [16] PRAWOTO, Yunan. Seeing auxetic materials from the mechanics point of view: A structural review on the negative Poisson's ratio. *Computational Materials Science* [online]. 2012, **58**, 140-153. ISSN 09270256. Dostupné z: doi:10.1016/j.commatsci.2012.02.012
- [17] REN, X., R. DAS, P. TRAN et al. Auxetic metamaterials and structures: a review. *Smart Materials and Structures* [online]. 2018, **27**(2). ISSN 0964-1726. Dostupné z: doi:10.1088/1361-665X/aaa61c
- [18] MIR, M., M. ALI, J. SAMI a U. ANSARI. Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures. *Advances in Materials Science and Engineering* [online]. 2014, **2014**, 1-17. ISSN 1687-8434. Dostupné z: doi:10.1155/2014/753496
- [19] ZHANG, J., G. LU a Z. YOU. Large deformation and energy absorption of additively manufactured auxetic materials and structures: A review. *Composites Part B: Engineering* [online]. 2020, **201**. ISSN 13598368. Dostupné z: doi:10.1016/j.compositesb.2020.108340
- [20] NAJAFI, M., H. AHMADI a G. LIAGHAT. Experimental investigation on energy absorption of auxetic structures. *Materials Today: Proceedings* [online]. 2021, **34**, 350-355. ISSN 22147853. Dostupné z: doi:10.1016/j.matpr.2020.06.075
- [21] YANG, Ch., H. VORA a Y. CHANG. Behavior of auxetic structures under compression and impact forces. *Smart Materials and Structures* [online]. 2018, **27**(2). ISSN 0964-1726. Dostupné z: doi:10.1088/1361-665X/aaa3cf
- [22] LIU, Y. a H. HU. A review on auxetic structures and polymeric materials. *Scientific Research and Essays* [online]. 2010, **5**(10), 1052-1063. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/273889759>
- [23] FU, M., O. XU, L. HU a T. YU. Nonlinear shear modulus of re-entrant hexagonal honeycombs under large deformation. *International Journal of Solids and Structures* [online]. 2016, **80**, 284-296. ISSN 00207683. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijsolstr.2015.11.015

- [24] VOMÁČKO, V. *Mikrostrukturální návrh a analýza 2D architektury se záporným Poissonovým číslem: experimentální/počítačový přístup*. Liberec, 2017. Bakalářská práce. Technická univerzita v Liberci.
- [25] NOVAK, N., L. KRSTULOVIC-OPARA, Z. REN a M. VESENJAK. Compression and shear behaviour of graded chiral auxetic structures. *Mechanics of Materials* [online]. 2020, **148**. ISSN 01676636. Dostupné z: doi:10.1016/j.mechmat.2020.103524
- [26] NABONI, R. a L. MIRANTE. Computational Design and Simulation of Bending-Active Auxetic Structures. *Gestão & Tecnologia de Projetos* [online]. 2016, **11**(2), 59-72. ISSN 1981-1543. Dostupné z: doi:10.11606/gtp.v11i2.118141
- [27] MIRANTE, L. *Auxetic Structures: Towards Bending-active Architectural Applications*. Milán, 2015. Diplomová práce. Politecnico di Milano.
- [28] NEUHÄUSEROVÁ, M. *Mechanické vlastnosti auxetických struktur určené kvazi-statickými zkouškami*. Praha, 2015. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [29] CHO, H., D. SEO a D. KIM. Mechanics of Auxetic Materials. SCHMAUDER, Siegfried, Chuin-Shan CHEN, Krishan K. CHAWLA et al. *Handbook of Mechanics of Materials* [online]. Singapore: Springer Singapore, 2019, s. 733-757. ISBN 978-981-10-6883-6. Dostupné z: doi:10.1007/978-981-10-6884-3\_25
- [30] GRIMA, J. a K. EVANS. Auxetic behavior from rotating squares. *Journal of Materials Science Letters* [online]. 2000, **19**(17), 1563-1565. ISSN 02618028. Dostupné z: doi:10.1023/A:1006781224002
- [31] GRIMA, J., V. ZAMMIT, R. GATT, A. ALDERSON a K. EVANS. Auxetic behaviour from rotating semi-rigid units. *Physica status solidi (b)* [online]. 2007, **244**(3), 866-882. ISSN 03701972. Dostupné z: doi:10.1002/pssb.200572706
- [32] PRALL, D. a R.S. LAKES. Properties of a chiral honeycomb with a poisson's ratio of — 1. *International Journal of Mechanical Sciences* [online]. 1997, **39**(3), 305-314. ISSN 00207403. Dostupné z: doi:10.1016/S0020-7403(96)00025-2
- [33] LU, X., V.B.C. TAN a T.E. TAY. Auxeticity of monoclinic tetrachiral honeycombs. *Composite Structures* [online]. 2020, **241**. ISSN 02638223. Dostupné z: doi:10.1016/j.compstruct.2020.112067
- [34] ALDERSON, A. a K. EVANS. Microstructural modelling of auxetic microporous polymers. *Journal of Materials Science* [online]. 1995, **30**(13), 3319-3332. ISSN 0022-2461. Dostupné z: doi:10.1007/BF00349875
- [35] ALDERSON, A. a K. EVANS. Modelling concurrent deformation mechanisms in auxetic microporous polymers. *Journal of Materials Science* [online]. 1997, **32**(11), 2797-2809. ISSN 00222461. Dostupné z: doi:10.1023/A:1018660130501

- [36] EVANS, K. a A. ALDERSON. Auxetic Materials: Functional Materials and Structures from Lateral Thinking!. *Advanced Materials* [online]. 2000, **12**(9), 617-628. Dostupné z: doi:10.1002/(SICI)1521-4095(200005)12:93.0.CO;2-3
- [37] EVANS, K. a A. ALDERSON. Rotation and dilation deformation mechanisms for auxetic behaviour in the  $\beta$ -cristobalite tetrahedral framework structure. *Physics and Chemistry of Minerals* [online]. 2001, **28**(10), 711-718. ISSN 0342-1791. Dostupné z: doi:10.1007/s002690100209
- [38] LIU, Q. *Literature Review: Materials with Negative Poisson's Ratios and Potential Applications to Aerospace and Defence* [online]. 2006. Dostupné z: <http://www.dsto.defence.gov.au/corporate/reports/DSTO-GD-0472.pdf>
- [39] The New Dimensions of Nike Free. *Nike News* [online]. 2016. Dostupné z: <https://news.nike.com/news/nike-free-2016-running-training>
- [40] Auxagon vest. *Dainese.com* [online]. 2020. Dostupné z: <https://www.dainese.com/us/en/wintersports/ski-safety/back/auxagon-vest-204876018.html>
- [41] UNDERHILL, R. S. Defense Applications of Auxetic Materials. *DSIAC Journal* [online]. 2014, **1**(1), 7-13. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/263652141>
- [42] Analysis, Fabrication and a Biomedical Application of Auxetic Cellular Structures. *International Journal of Engineering and Innovative Technology* [online]. 2012, **2**(3), 218-223. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/265972351\\_Analysis\\_Fabrication\\_and\\_a\\_Bio\\_medical\\_Application\\_of\\_Auxetic\\_Cellular\\_Structures](https://www.researchgate.net/publication/265972351_Analysis_Fabrication_and_a_Bio_medical_Application_of_Auxetic_Cellular_Structures)
- [43] An Introduction to Auxetic Materials. *AZoMaterials* [online]. 2014. Dostupné z: <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=11450>
- [44] Angioplastiky koronárních cév a implantace stentů. *Institut klinické a experimentální medicíny* [online]. 2020. Dostupné z: <https://www.ikem.cz/cs/angioplastiky-koronarnich-cev-a-implantace-stentu/a-421/>
- [45] Informace pro pacienty - PCI (perkutánní koronární intervence). In: *Institut klinické a experimentální medicíny* [online]. Dostupné z: <https://www.ikem.cz/UserFiles/article/files/1444913736letak-koronarni-angioplastika.pdf>
- [46] ALDERSON, K., V. SIMKINS, V. COENEN, P. DAVIES, A. ALDERSON a K. EVANS. How to make auxetic fibre reinforced composites. *Physica status solidi (b)* [online]. 2005, **242**(3), 509-518. ISSN 0370-1972. Dostupné z: doi:10.1002/pssb.200460371



- [47] REN, X., J. SHEN, P. TRAN et al. Auxetic nail: Design and experimental study. *Composite Structures* [online]. 2018, **184**, 288-298. ISSN 02638223. Dostupné z: doi:10.1016/j.compstruct.2017.10.013
- [48] ALDERSON, A a K. ALDERSON. Auxetic materials. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* [online]. 2007, **221**(4), 565-575. ISSN 0954-4100. Dostupné z: doi:10.1243/09544100JAERO185
- [49] PETRUŠKA, J. *Počítačové metody mechaniky II* [online]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RIV.pdf>
- [50] *Ansys® Mechanical APDL, Release 2021 R1, Help System, Element Reference: Chapter 7, ANSYS, Inc.*
- [51] HEDAYATI, R. a N. GHAVIDELNIA. *Analytical relationships for re-entrant honeycombs* [online]. 2020. Dostupné z: doi:10.31224/osf.io/a7hrq
- [52] ZHANG, Jianjun, Guoxing LU, Zhihua WANG, Dong RUAN, Amer ALOMARAH a Yvonne DURANDET. Large deformation of an auxetic structure in tension: Experiments and finite element analysis. *Composite Structures* [online]. 2018, **184**, 92-101. ISSN 02638223. Dostupné z: doi:10.1016/j.compstruct.2017.09.076
- [53] LEVINSON, M. A new rectangular beam theory. *Journal of Sound and Vibration* [online]. 1981, **74**(1), 81-87. ISSN 0022460X. Dostupné z: doi:10.1016/0022-460X(81)90493-4
- [54] QIAO, J.X. a C.Q. CHEN. Impact resistance of uniform and functionally graded auxetic double arrowhead honeycombs. *International Journal of Impact Engineering* [online]. 2015, **83**, 47-58. ISSN 0734743X. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijimpeng.2015.04.005
- [55] WANG, Xin-Tao, Bing WANG, Xiao-Wen LI a Li MA. Mechanical properties of 3D re-entrant auxetic cellular structures. *International Journal of Mechanical Sciences* [online]. 2017, **131-132**, 396-407. ISSN 00207403. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijmecsci.2017.05.048
- [56] WANG, Xin-Tao, Xiao-Wen LI a Li MA. Interlocking assembled 3D auxetic cellular structures. *Materials & Design* [online]. 2016, **99**, 467-476. ISSN 02641275. Dostupné z: doi:10.1016/j.matdes.2016.03.088

# SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

2D	dvojměrný
3D	trojměrný
APDL	ANSYS Parametric Design Language
BCC	body-centered cubic
CP	coupling
FEM	finite element method
MKP	metoda konečných prvků
PTFE	polytetrafluorethylen

$E_i$	[MPa]	modul pružnosti v tahu struktury v příslušném směru; $i \in \{x, y\}$
$E_s$	[MPa]	modul pružnosti v tahu základního materiálu
$ESIZE$	[mm]	velikost prvku
$\mathbf{F}$		globální matice zatížení
$G$	[MPa]	modul pružnosti ve smyku
$H$	[mm]	délka definující tvar buněk
$H'$	[mm]	rozměr buňky použitý v analytickém modelu v [51]
$K$	[MPa]	modul objemové pružnosti
$\mathbf{K}$		globální matice tuhosti
$L$	[mm]	délka definující tvar buněk
$N$		bázová funkce
$P$	[J]	potenciál vnějšího zatížení
$p$	[-]	porozita
$R_i$	[MPa]	smluvní napětí v příslušném směru; $i \in \{x, y\}$
$S$	[mm <sup>2</sup> ]	plocha obdélníku vymezení čtvrtinu základní buňky
$S_0$	[mm <sup>2</sup> ]	počáteční plocha příčného průřezu
$S_I$	[mm <sup>2</sup> ]	plocha čtvrtiny základní buňky
$t$	[mm]	tloušťka trámečků struktury
$\mathbf{U}$		globální matice deformačních parametrů
$u_i$	[mm]	posuv v uzlu sítě v příslušném směru; $i \in \{x, y, z\}$
$u_{max}$	[mm]	maximální posuv v uzlu sítě
$u_{min}$	[mm]	minimální posuv v uzlu sítě
$W$	[J]	energie napjatosti
$W'$	[mm]	rozměr buňky použitý v analytickém modelu v [51]
$\alpha, \beta$	[°]	úhly definující tvar buněk
$\gamma(\alpha, \beta)$		funkce úhlů $\alpha, \beta$
$\varepsilon_i$	[-]	poměrná deformace v příslušném směru; $i \in \{x, y, z\}$
$\mu_{ij}$	[-]	Poissonův poměr struktury v příslušných směrech; $i, j \in \{x, y, z\}$
$\mu_s$	[-]	Poissonův poměr základního materiálu
$\Pi$	[J]	celková potenciální energie
$\sigma$	[MPa]	normálové napětí
$\varphi_i$	[rad]	natočení v uzlu sítě v příslušném směru; $i \in \{x, y, z\}$

# SEZNAM PŘÍLOH

Příloha I: Analýza struktury B

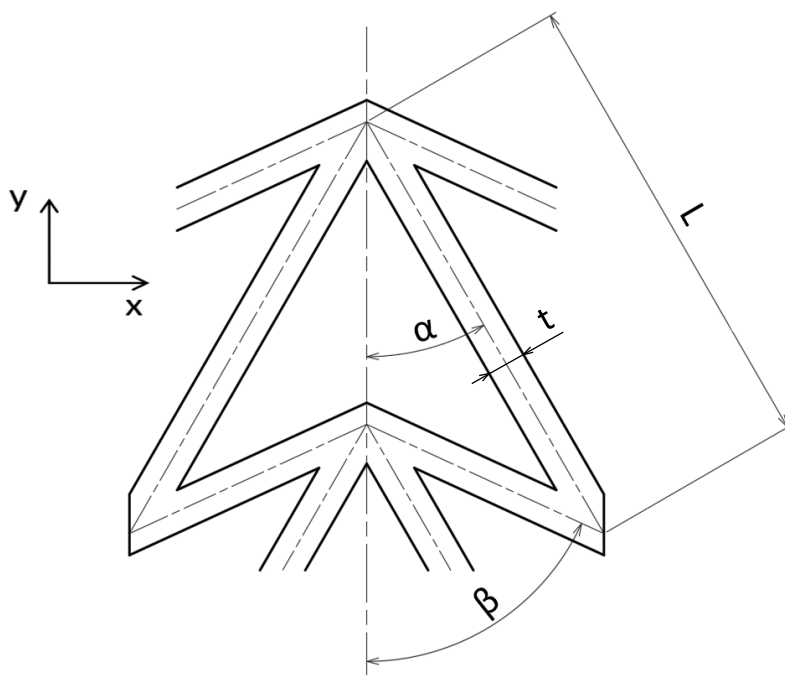
Příloha II: Analýza struktury C

# PŘÍLOHA I: ANALÝZA STRUKTURY B

## I-A Vytvoření výpočtového modelu

### Tvorba geometrie

Parametry definující strukturu, vyznačenými na obr. I.1, jsou délka  $L$ , úhly  $\alpha$  a  $\beta$  a opět tloušťka  $t$ .



Obr. I.1: Geometrické parametry struktury B

V tomto případě je základní buňku možné definovat pouze v podobě střednice. Při nenulové tloušťce totiž v místech kontaktu trámečků ve vertikálním směru dochází k jejich významnému překrývání zejména při větší tloušťce struktury a podobných hodnotách úhlů  $\alpha$  a  $\beta$ . Zvětšení této kontaktní oblasti následně způsobuje výrazný nárůst tuhosti. Z tohoto důvodu byla pro výpočty zvolena struktura skládající se z 9 buněk umístěných vertikálně nad sebou. Tento počet poskytuje optimální kompromis mezi přesností výpočtů, velikostí sítě a s tím spojeným výpočtním časem.

Vytvořen byl pouze parametrický plošný model využívající poloviční symetrii. Opět byly analyticky odvozeny souřadnice krajních bodů, tyto body byly spojeny úsečkami a následně vygenerována plocha. Za konstantní parametr byla zvolena délka  $L = 10 \text{ mm}$  a v rámci různých modifikací docházelo pouze ke změně úhlů  $\alpha$  a  $\beta$  a porozity  $p$ .

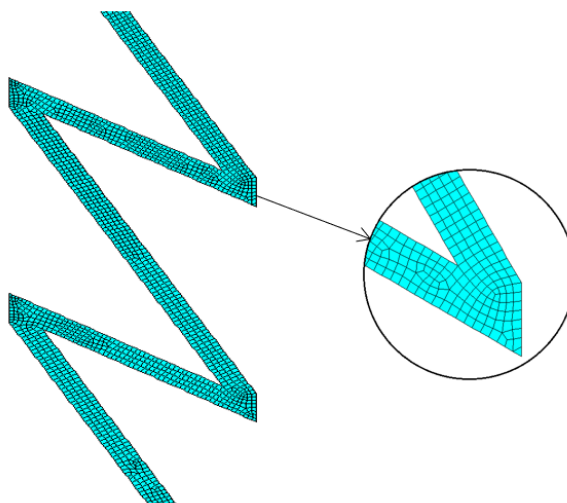
Pro dosažení požadované porozity bylo i zde třeba pro každou modifikaci určit odpovídající tloušťku  $t$ . Postup odvození příslušného vztahu byl analogický s postupem popsaným u struktury A s tím rozdílem, že výsledná závislost obsahovala několik desítek členů a její přenesení do APDL skriptu by vzhledem k omezené délce výrazu zpracovatelného programem ANSYS bylo nepřiměřeně složité. Z toho důvodu byly hodnoty  $t$  pro každou modifikaci stanoveny externě v programu Jupyter Notebook a poté přeneseny do výpočetního skriptu.

## Sít' konečných prvků

Pro tvorbu sítě byly využity prvky PLANE183. Velikost prvků byla opět volena v závislosti na porositě. Pro porozitu 0,95; 0,75; 0,50 byla použita velikost prvků postupně 0,05; 0,10; 0,15 mm při  $L = 10$  mm. Tab. I.1 uvádí počet uzlů struktury s nejdelšími trámečky, která byla analyzována, tj.  $\alpha = 50^\circ$  a  $\beta = 60^\circ$ . Příklad vytvořené sítě pro konkrétní modifikaci je na obr. I.2.

Tab. I.1: Počty uzlů pro parametry popsané v kap. „Sít' konečných prvků“ v závislosti na porositě struktury

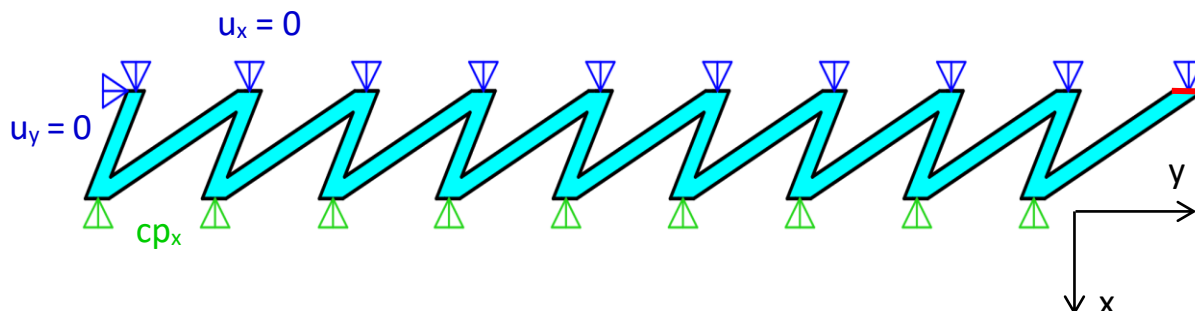
porozita $p$	0,95	0,75	0,50
počet uzlů	16 921	14 580	11 201



Obr. I.2: Vytvořená sít' plošného modelu struktury B pro parametry  $L = 10$  mm,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $p = 0,75$  ( $t = 0,49$  mm)

## Okrajové podmínky

Jak bylo zmíněno výše, pro simulace byla použita struktura o 9 buňkách s využitím poloviční symetrie. Příslušné okrajové podmínky jsou uvedeny na obr. I.3 (z prostorových důvodů je model otočen o  $90^\circ$ ). Označení „cp“ znamená podmínku *coupling* zajišťující totožný posuv všech uzlů ve směru zadané osy.



Obr. I.3: Schéma modelu struktury B s označením okrajových podmínek

## Vnější zatížení

Zatížení bylo vždy aplikováno ve směru osy  $y$  na hranu označenou červeně na obr. I.3 a jeho forma se lišila podle toho, zda se jednalo o lineární, nebo nelineární simulaci. V případě lineární simulace se jednalo o sílu, u té nelineární to byl posuv rozdělený na 50 dílčích kroků. Aby byl minimalizován vliv okrajových podmínek, byly posuvy zaznamenávány na prostřední buňce struktury a příslušné parametry následně vyhodnocovány vzhledem k rozměrům této jedné buňky.

## I-B Prezentace výsledků

Analýzy této struktury byly provedeny pro rozsah porozity  $p$  v intervalu  $\langle 0,95; 0,50 \rangle$ , úhlu  $\alpha$  v intervalu  $\langle 10^\circ; 50^\circ \rangle$  a úhlu  $\beta$  v intervalu  $\langle 20^\circ; 90^\circ \rangle$ . Tento rozsah byl zvolen kvůli tomu, že z důvodu realizovatelnosti struktury musí vždy platit  $\alpha < \beta$ . Pro vyšší hodnoty úhlu  $\alpha$  by tím pádem byl interval platných hodnot úhlu  $\beta$  velmi omezen. Struktura byla znovu podrobena lineární i nelineární analýze, ovšem pouze v jednom zátěžném směru v důsledku existence jediné osy symetrie.

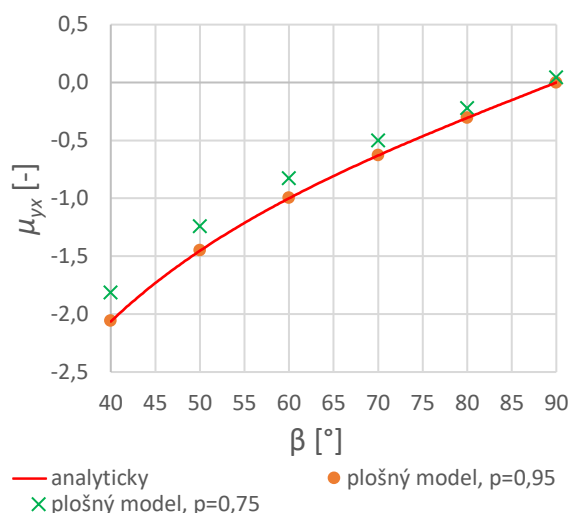
## Porovnání s analytickým modelem

Vztahy pro analytický výpočet elastických charakteristik byly čerpány z [54] a po úpravě pro parametry použité v této práci vypadají následovně:

$$\mu_{yx} = -\frac{\cos \beta \cdot \cos \alpha}{\sin \beta \cdot \sin \alpha}, \quad (\text{I.1})$$

$$\frac{E_y}{E_s} = \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{t}{L \cdot \sin \alpha} \right)^3 \cdot \gamma(\alpha, \beta), \quad (\text{I.2})$$

kde  $\gamma$  je funkcí úhlů  $\alpha, \beta$ . Odvození je provedeno na základě vyjádření této struktury jako vetknutého lomeného prutu, není však reflektováno napojení na další buňku ve směru osy  $x$  a z toho plynoucí omezení natočení střednice v tomto místě. Vliv na hodnotu Poissonova poměru je zanedbatelný, absence této okrajové podmínky však významně snižuje výslednou tuhost struktury. Z toho důvodu je v porovnání na obr. I.4 vykreslen pouze Poissonův poměr konkrétně pro parametr  $\alpha = 30^\circ$ .

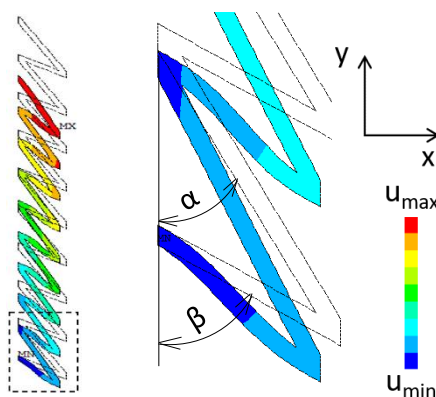


Obr. I.4: Porovnání Poissonova poměru struktury B stanoveného analytickým výpočtem s výsledky simulací pro  $\alpha = 30^\circ$

Z rovnice (I.1) je patrné, že podle analytického vztahu je Poissonův poměr závislý pouze na hodnotě jednotlivých úhlů a nikoli na porozitě, proto je na obr. I.4 vykreslena pouze jedna analytická křivka. I toto zjednodušení však poměrně dobře odpovídá výsledkům simulací, rozdíl je patrný až při výraznějším poklesu porozity.

## Lineární analýza

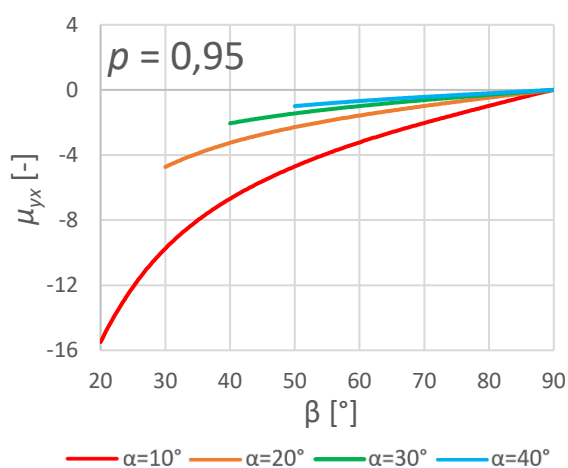
Odezva struktury při malé deformaci byla zjišťována při zatížení silou ve směru osy y. Ukázka deformace struktury je zachycena na obr. I.5, zjištěné závislosti poté na obr. I.6.



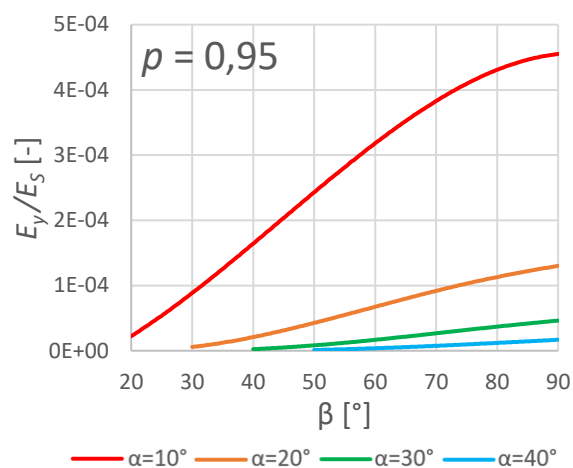
Obr. I.5: Ukázka deformovaného tvaru struktury B; vykresleny celkové posuvy uzlů (USUM)

Z grafů zobrazujících závislost Poissonova poměru jednoznačně vyplývá, že velikost této veličiny roste s klesající hodnotou úhlů  $\alpha$  i  $\beta$ , přičemž čím jsou tyto úhly menší, tím je křivka této závislosti strmější. Opět nastává snížení auxetického efektu při poklesu porozity, ovšem toto snížení není zdaleka tak prudké jako u struktury A – znamená to tedy, že tato struktura je schopna vykazovat výrazně záporné hodnoty Poissonova poměru i při nízké porozitě, což může představovat značnou výhodu.

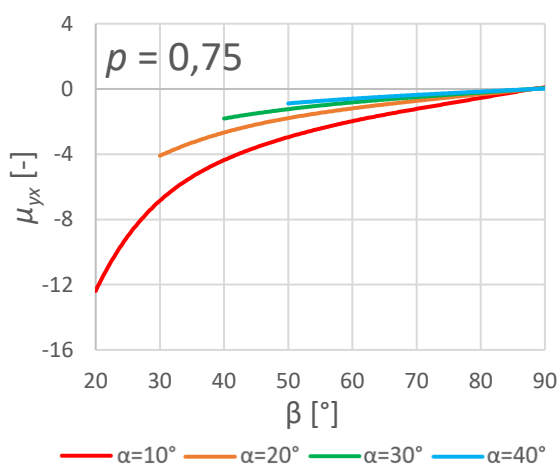
Také tuhost se v závislosti na jednotlivých parametrech velmi liší. Zatímco snižování úhlu  $\alpha$  vede k nárůstu tuhosti, snižování úhlu  $\beta$  způsobuje přesně opačný efekt. V praxi by toto mohlo znamenat překážku, jelikož struktura vykazující vysokou auxeticitu (tedy  $\beta$  je minimální) má zároveň velmi nízkou tuhost.



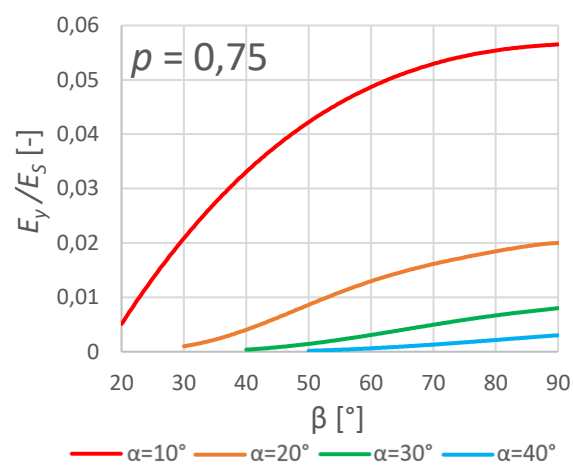
a)



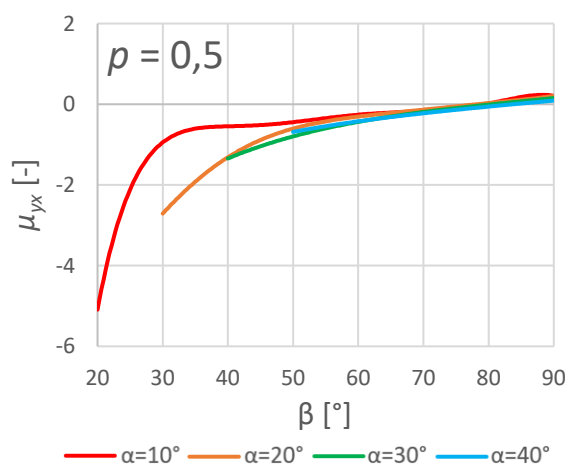
b)



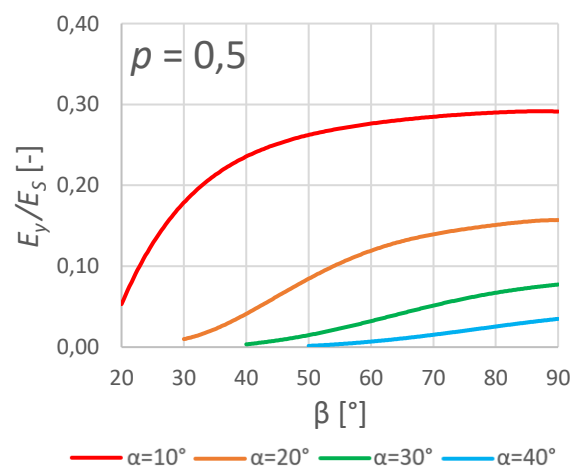
c)



d)



e)



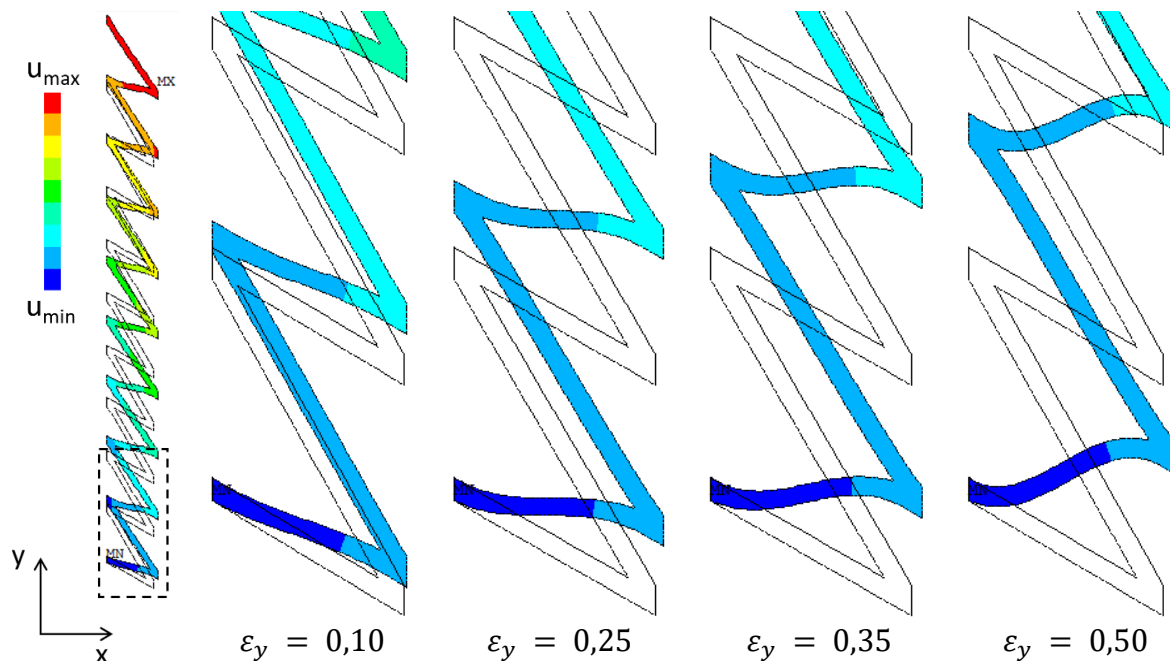
f)

Obr. I.6: Hodnoty Poissonova poměru pro porozitu: a)  $p = 0,95$ ; c)  $p = 0,75$ ; e)  $p = 0,5$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro porozitu: b)  $p = 0,95$ ; d)  $p = 0,75$ ; f)  $p = 0,5$ ; v závislosti na úhlech  $\alpha$  a  $\beta$  při zatížení struktury B ve směru osy y

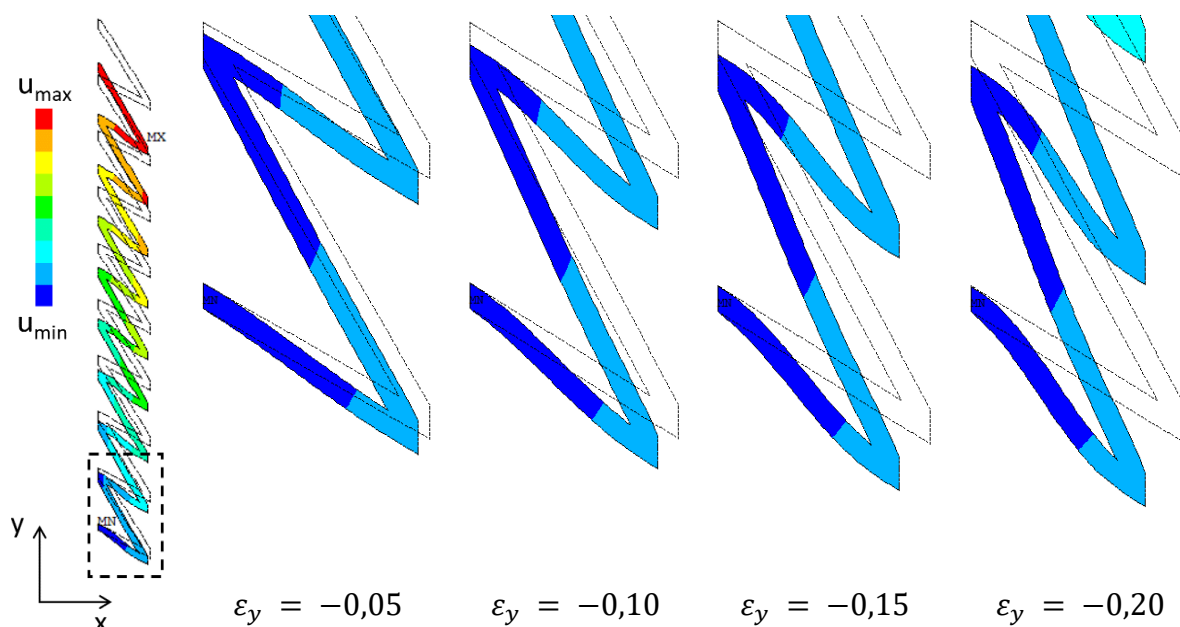


## Nelineární analýza

Elastické charakteristiky v závislosti na velikosti deformace byly zjištěny pro tahové i tlakové zatížení v ose  $y$ . Obr. I.7 znázorňuje změnu tvaru v tahu, obr. I.8 totéž v tlaku pro parametry  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $p = 0,75$ . Výsledky jsou opět zaznamenány pro oba zátěžné stavy do jednoho grafu na obr. I.9 pro  $p = 0,95$  a na obr. I.10 pro  $p = 0,75$ .



Obr. I.7: Ukázka deformovaného tvaru struktury B v závislosti na poměrné podélné deformaci při zatížení tahem v ose  $y$ ; vykresleny celkové posuvy uzlů sítě (USUM)

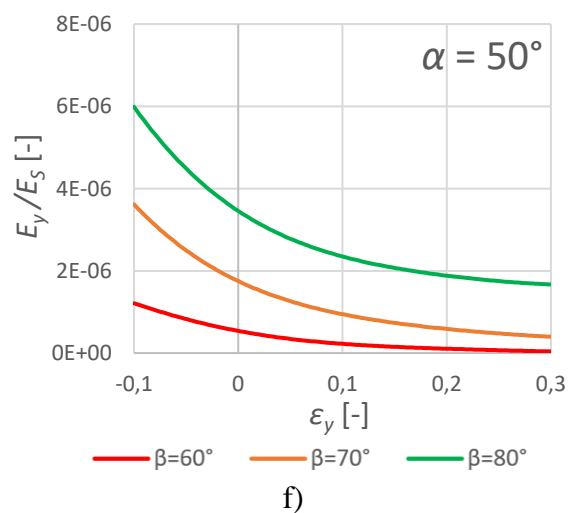
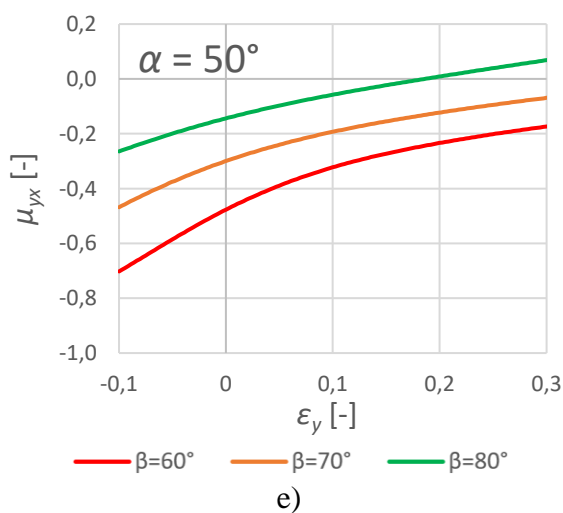
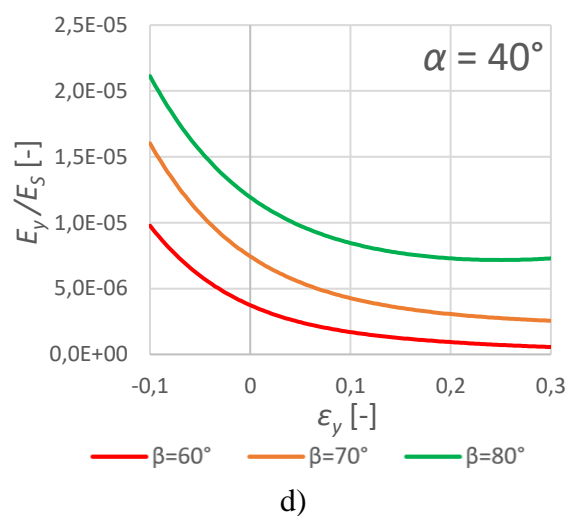
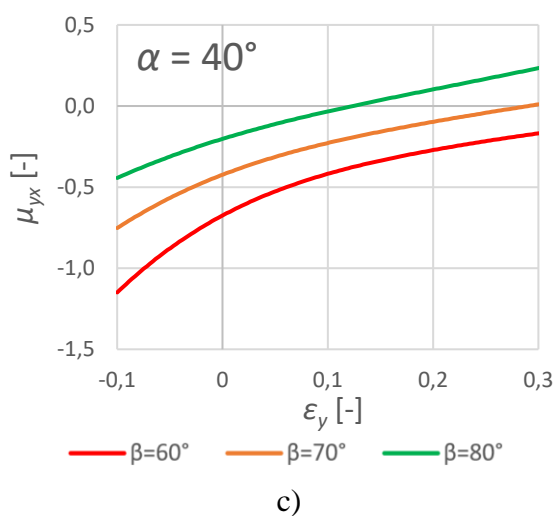
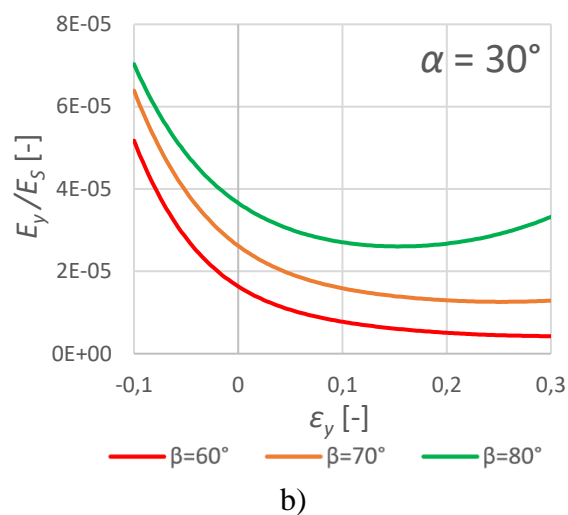
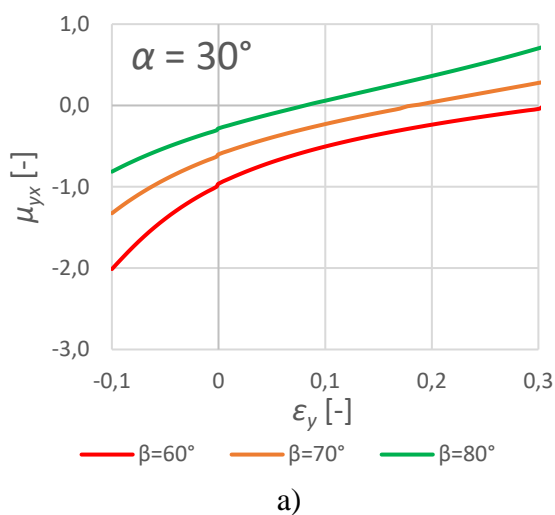


Obr. I.8: Ukázka deformovaného tvaru struktury B v závislosti na poměrné podélné deformaci při zatížení tlakem v ose  $y$ ; vykresleny celkové posuvy uzlů sítě (USUM)

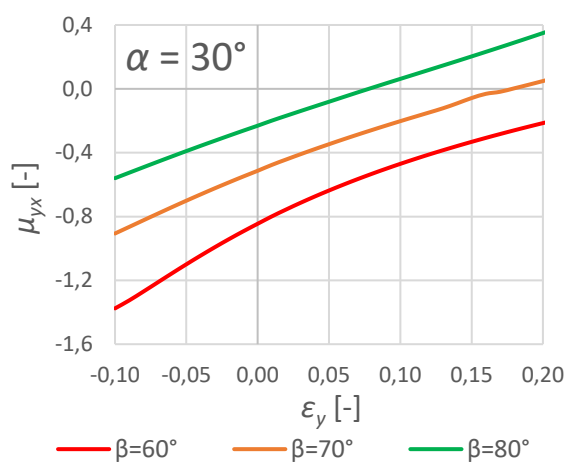
V průběhu tlakové deformace dochází ke zvětšování velikosti Poissonova poměru. Tuto deformaci interpretovat jako postupné snižování úhlů  $\alpha$  a  $\beta$ , zjištěná závislost tedy potvrzuje závěry učiněné z lineární analýzy. V tahu se naopak oba úhly zvyšují, což dle předpokladu způsobuje přibližování Poissonova poměru směrem k nulové hodnotě. Při dosažení trojúhelníkového tvaru již struktura ztrácí auxeticitu a další deformace má za následek kladné hodnoty Poissonova poměru.

Poměrný modul pružnosti v tahu nabývá svého minima, pokud je struktura blízko trojúhelníkovému tvaru. V tento moment totiž největší složka zátěžné síly namáhá kratší trámeček ohybem a tuhost je tak nejnižší. Naopak když se tento trámeček natáčí do směru působící síly, roste podíl jeho tahového namáhání a to vede ke zvýšení tuhosti. Tento jev je nejlépe viditelný na obr. I.9b – z něj je také patrné, že čím větší je počáteční úhel  $\beta$  a buňka je tedy již v nedeformovaném stavu blíže trojúhelníkovému tvaru, tím dříve toto minimum nastává.

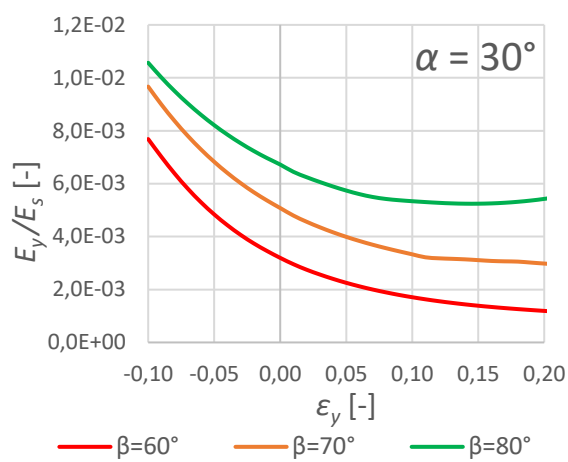
U obou charakteristik se jednotlivé závislosti se změnou porozity příliš nemění, což opět potvrzuje skutečnost, že tato struktura není tak citlivá na změnu porozity jako je tomu u struktury A. Nevýhodou je zde ovšem omezená možnost především tlakové deformace z toho důvodu, že spodní trámeček je vždy kratší než ten horní. Zejména při nízkých hodnotách úhlu  $\alpha$  a vyšších hodnotách úhlu  $\beta$ , kdy je rozdíl těchto délek největší, nastává velmi brzy natočení obou trámečků do směru působící síly a tím i zamezení další ohybové deformaci, což by reálně pravděpodobně mělo za následek kolaps celé struktury.



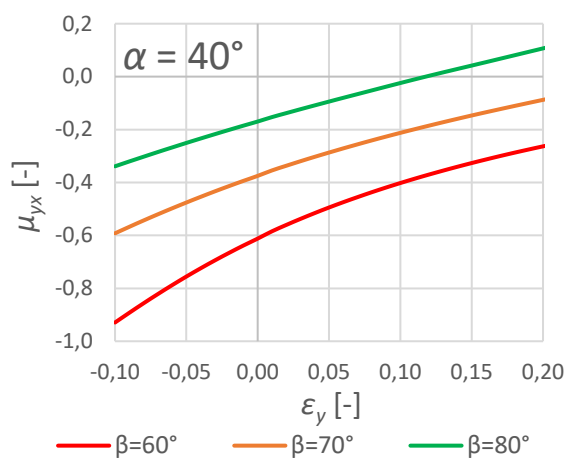
Obr. I.9: Hodnoty Poissonova poměru pro parametr: a)  $\alpha = 30^\circ$ ; c)  $\alpha = 40^\circ$ ; e)  $\alpha = 50^\circ$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: b)  $\alpha = 30^\circ$ ; d)  $\alpha = 40^\circ$ ; f)  $\alpha = 50^\circ$ ; v závislosti na úhlu  $\beta$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury B o porositě  $p = 0,95$  ve směru osy y



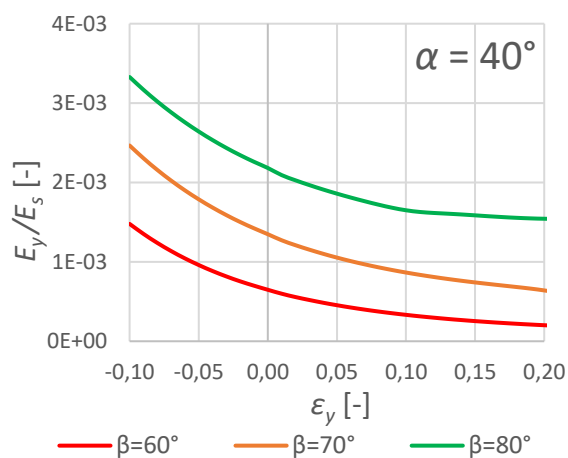
a)



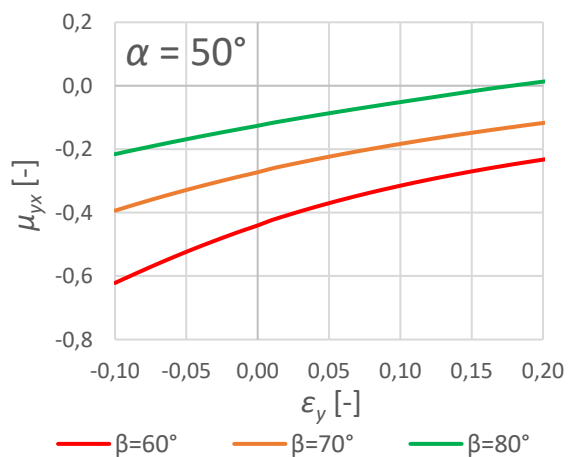
b)



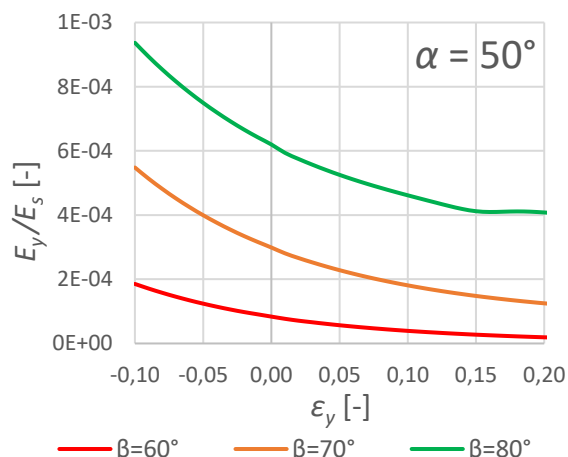
c)



d)



e)



f)

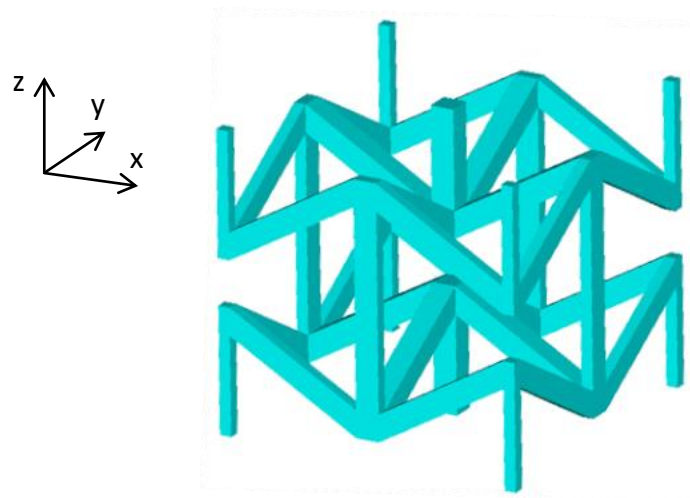
Obr. I.10: Hodnoty Poissonova poměru pro parametr: a)  $\alpha = 30^\circ$ ; c)  $\alpha = 40^\circ$ ; e)  $\alpha = 50^\circ$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: b)  $\alpha = 30^\circ$ ; d)  $\alpha = 40^\circ$ ; f)  $\alpha = 50^\circ$ ; v závislosti na úhlu  $\beta$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury B o porozitě  $p = 0,75$  ve směru osy y

# PŘÍLOHA II: ANALÝZA STRUKTURY C

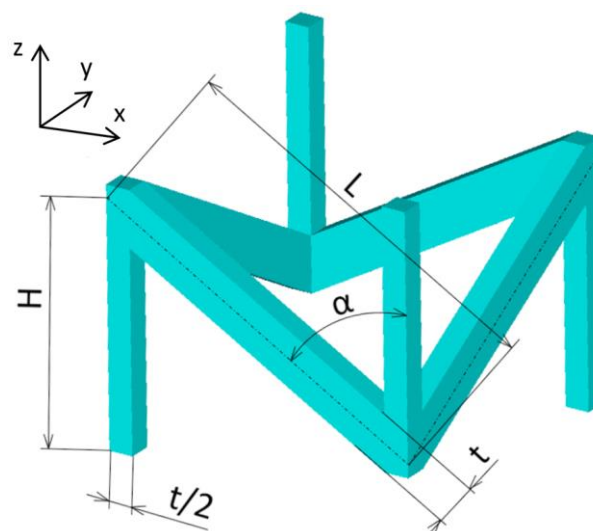
## II-A Vytvoření výpočtového modelu

### Tvorba geometrie

Pro definování základní buňky byly zvoleny prakticky stejné parametry jako u struktury A, jelikož se v tomto případě jedná o její prostorovou variantu. Znovu jsou tedy použity délky  $H$ ,  $L$ , úhel  $\alpha$  a tloušťka  $t$ , přičemž délka  $L$  se řídí hodnotou poměru  $L/H$ . Parametr  $H$  zůstal po celou dobu konstantní na hodnotě  $H = 10$  mm. Podoba celé základní buňky je na obr. II.1, vyznačení parametrů je pro přehlednost provedeno na jejím čtvrtinovém modelu (obr. II.2). Vytvořen byl pouze objemový parametrický model opět na základě analytického odvození souřadnic krajních bodů.



Obr. II.1: Základní buňka struktury C



Obr. II.2: Čtvrtina základní buňky struktury C s vyznačením parametrů

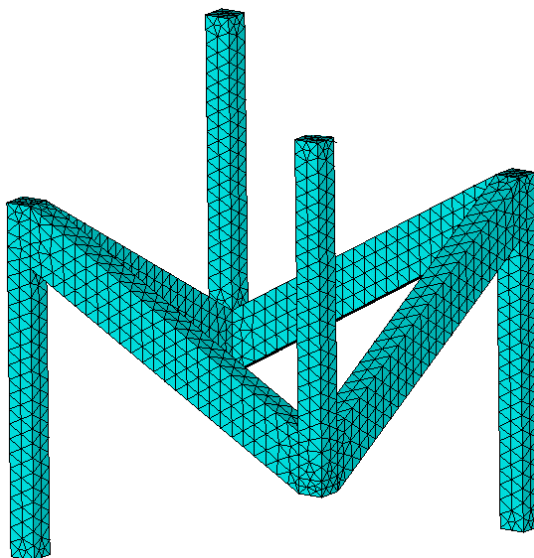
Vztah pro výpočet tloušťky v závislosti na zadané porozitě již nebylo možné stanovit explicitně, potřebné hodnoty tedy byly určeny numericky ve zmíněném programu Jupyter Notebook a poté přeneseny do APDL skriptu.

## Sít' konečných prvků

Pro tvorbu sítě byly použity objemové tetraedrické kvadratické prvky SOLID187 a v celém modelu předepsána jejich konstantní velikost. Ta pro porozitu 0,99; 0,95; 0,85 činila postupně 0,3; 0,5; 0,7 mm při  $H = 10$  mm. Příklad vytvořené sítě konečných prvků je na obr. II.3. Počet uzlů modifikace o parametrech  $L/H = 1,5$  a  $\alpha = 90^\circ$  je v závislosti na zvolené porozitě uveden v tab. II.1.

Tab. II.1: Počty uzlů pro parametry popsané v kap. „Sít' konečných prvků“ v závislosti na porozitě struktury

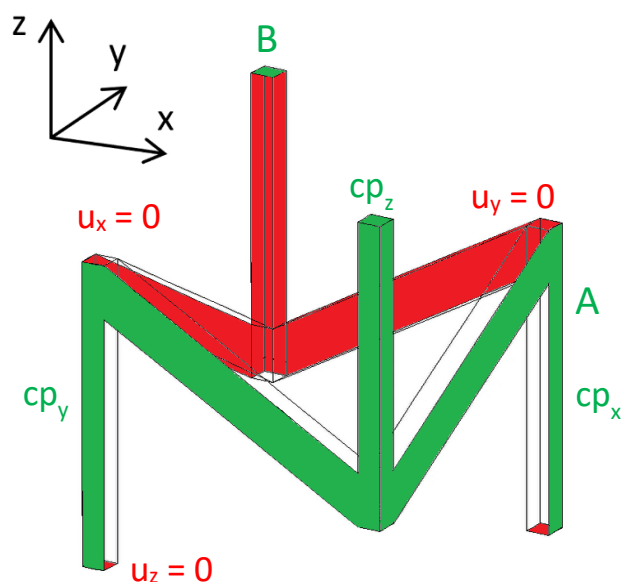
porozita $p$	0,99	0,95	0,85
počet uzlů	23 332	28 536	30 809



Obr. II.3: Vytvořená sít' objemového modelu struktury C pro parametry  $H = 10$  mm,  $L/H = 1,25$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $p = 0,95$  ( $t = 1,59$  mm)

## Okrajové podmínky

Předepsané okrajové podmínky musí odpovídat použité čtvrtinové symetrii a zároveň napojení na další buňky struktury. Zvolené okrajové podmínky jsou zobrazeny na obr. II.4. Podmínka *coupling*, označená jako „cp“, předepisuje totožný posuv vybraných uzlů ve směru zadané osy.



Obr. II.4: Schéma čtvrtinové buňky struktury C s vyznačením okrajových podmínek

## Vnější zatížení

Stejně jako u ostatních struktur byla i zde buňka při lineární analýze zatěžována silou a při nelineární předepsaných posuvem. Toto zatížení bylo nejprve aplikováno ve směru osy  $x$  na plochu A na obr. II.4, následně ve směru osy  $z$  na plochu B. Zatížení v ose  $y$  nebylo uvažováno, jelikož vzhledem k symetrii buňky by výsledky byly totožné jako při zatížení v ose  $x$ . V nelineárních úlohách byl posuv znovu rozdělen na 50 dílčích kroků a byla kontrolována vzdálenost vnitřních rohů buňky pro detekci jejich potenciálního dotyku.

## II-B Prezentace výsledků

Výpočty byly provedeny pro stejný rozsah parametrů jako u struktury A s tím rozdílem, že porozita byla zvolena v rozsahu  $\langle 0,99; 0,85 \rangle$ . V důsledku trojrozměrnosti buňky je totiž v porovnání s dvojrozměrnou strukturou při stejné tloušťce  $t$  vyplněn menší podíl prostoru. Pro stejnou porozitu je tedy tloušťka trámečků trojrozměrné struktury podstatně větší a při porozitě menší než 0,85 je již tak velká, že buňka ztrácí svůj tvar a auxetický efekt je minimalizován. Výsledky byly zpracovány jak pro zatížení ve směru osy  $x$ , tak osy  $z$  – pro tento směr zatížení byl proveden i analytický výpočet.

## Porovnání s analytickým modelem

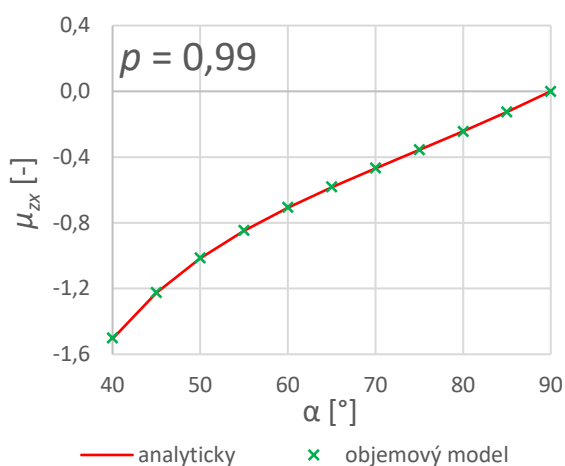
Analytické vztahy byly získány z [55], vzhledem k jejich rozsahu zde nejsou uvedeny. V tomto analytickém odvození je na rozdíl od jiných publikovaných modelů zahrnuto také překrývání trámečků v rozích buňky, z toho plynoucí zkrácení jejich efektivní délky a nárůst tuhosti. Z toho důvodu by tento model měl nejlépe odpovídat reálným výsledkům. Porovnání bylo uskutečněno na struktuře o poměru  $L/H = 1,25$  zatížené ve směru osy  $z$  při měnící se porozitě a úhlu  $\alpha$ . Výsledky jsou vykresleny na obr. II.5.

Shoda obou výpočetních přístupů je u Poissonova poměru téměř absolutní, s poklesem porozity je odchylka mezi nimi jen obtížně pozorovatelná. Naproti tomu je shoda v případě

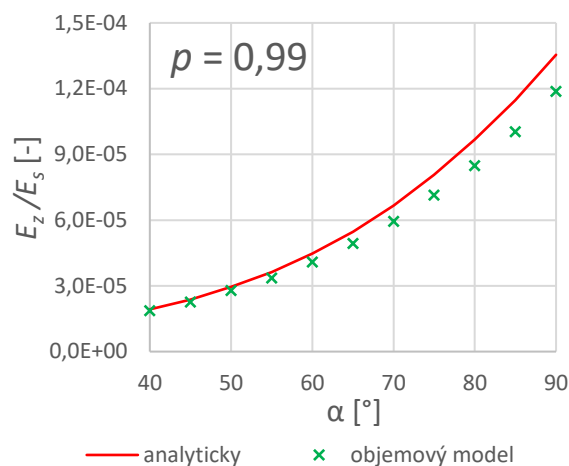
poměrného modulu pružnosti v tahu o poznání menší a odchylka zjištěných výsledků se plynule zvyšuje s rostoucím úhlem  $\alpha$ . Jedním z důvodů tohoto průběhu může být fakt, že oproti 2D strukturám, kdy v rámci jedné porozity nebyl výrazný rozdíl v tloušťce  $t$  při změně geometrických parametrů, je zde tato změna markantní a opět platí, že tloušťka roste s hodnotou úhlu  $\alpha$ . Například modifikace o parametrech  $p = 0,85$ ,  $L/H = 1$  nabývá při  $\alpha = 40^\circ$  tloušťky  $t = 1,75$  mm, zatímco při  $\alpha = 90^\circ$  je  $t = 3,48$  mm. Přesnost analytického modelu založeného na prutové teorii se tak přirozeně s nárůstem rozměrů příčného průřezu vzhledem k délce nosníků snižuje. Spojení jednotlivých trámečků v rozích buňky je navíc v analytickém modelu uvažováno jako dokonale tuhé, což také může vysvětlovat vyšší tuhost predikovanou tímto modelem.

I přes tyto odchylky jsou však tvary všech závislostí u obou způsobů výpočtu stejné a výsledky lze tedy považovat za ověření správnosti úvah při sestavování konečnoprvkového modelu.

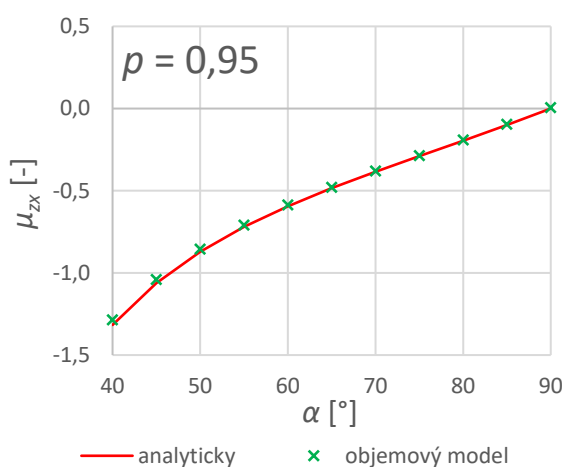




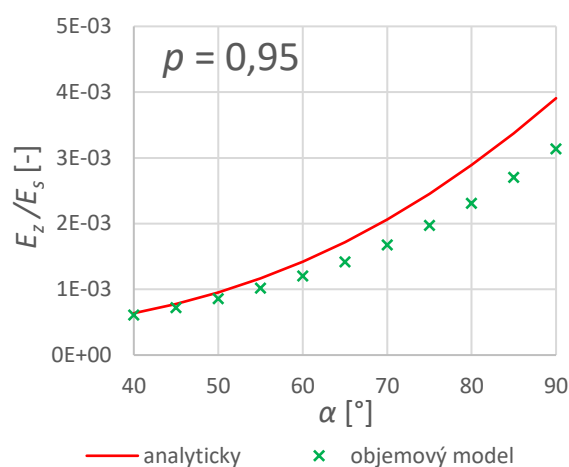
a)



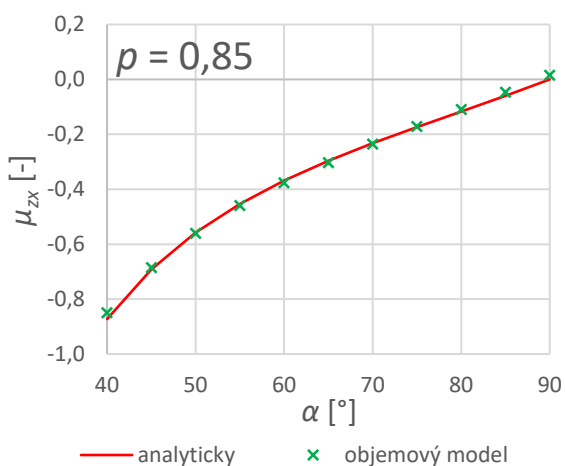
b)



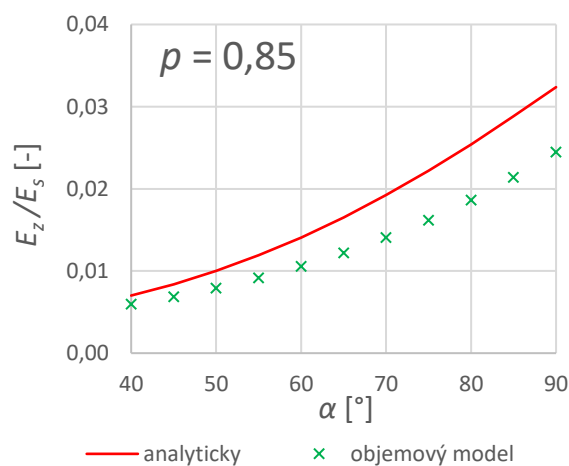
c)



d)



e)

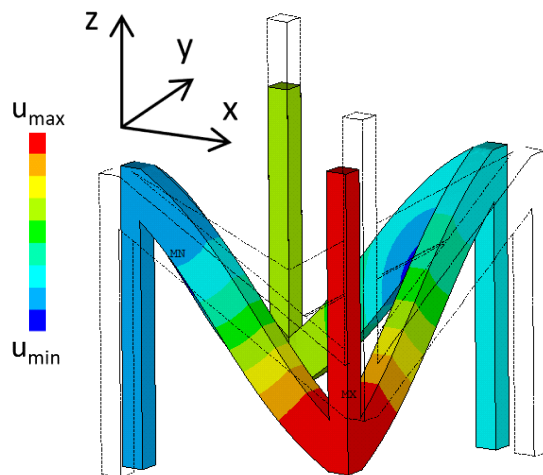


f)

Obr. II.5: Porovnání způsobů výpočtu Poissonova poměru pro porozitu: a)  $p = 0,99$ ; c)  $p = 0,95$ ; e)  $p = 0,85$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro porozitu: b)  $p = 0,99$ ; d)  $p = 0,95$ ; f)  $p = 0,85$ ; při zatížení struktury C o poměru  $L/H = 1,25$  ve směru osy z

## Lineární analýza – zatížení v ose $x$

Při této analýze byla buňka zatížena na ploše A (obr. II.4) ve směru osy  $x$ , přičemž zkoumána byla tuhost a Poissonův poměr jak v příčném směru  $y$ , tak v příčném směru  $z$ . Výsledky Poissonova poměru v obou směrech jsou vykresleny na obr. II.7, výsledky tuhosti na obr. II.8. Obr. II.6 ilustruje změnu tvaru buňky při tomto typu zatížení.

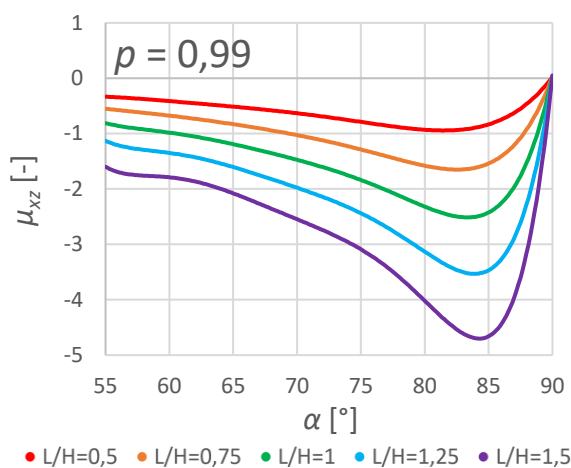


Obr. II.6: Ukázka deformovaného tvaru buňky struktury C při zatížení ve směru osy  $x$  (pro  $L/H = 1$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $p = 0,95$ ); vykresleny celkové posuvy uzlů sítě (USUM)

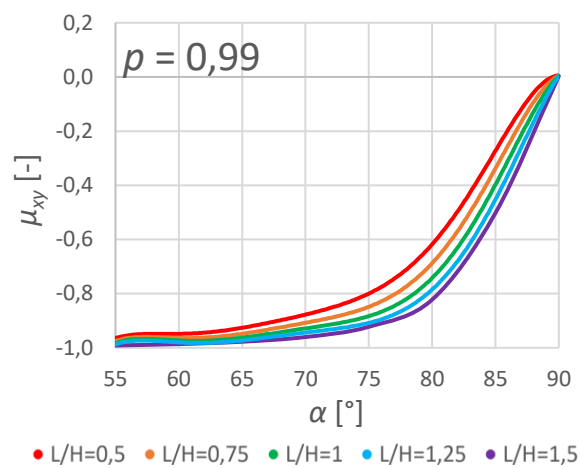
Pohledem na závislosti Poissonova poměru v příčném směru  $y$  si lze všimnout, že tvary těchto křivek jsou obdobné jako u struktury A na obr. 4.5. Směr zatížení  $x$ , respektive příčný směr  $z$  u struktury C totiž odpovídá směru zatížení  $y$ , respektive příčnému směru  $x$  u struktury A. Vzhledem k tomu, že se v tomto případě jedná o prostorovou variantu první struktury, je tato shoda očekávatelná. Je však patrný rozdíl v závislosti na porozitě. Jak bylo zmíněno výše, tloušťka  $t$  je u této prostorové varianty při stejné porozitě vyšší než u varianty dvojrozměrné. Kvůli tomu zde uvedené výsledky odpovídají výsledkům dvojrozměrné struktury o nižší porozitě.

Poissonův poměr v příčném směru  $y$  je možné definovat pouze na této prostorové buňce. Skutečnost, že geometrie buňky je ve směru osy  $x$  i osy  $y$  totožná, vede na prvotní předpoklad, že poměrná deformace v obou směrech by měla být stejná a proto by mělo platit  $\mu_{xy} = -1$  nezávisle na geometrických parametrech. To však nelze aplikovat obecně. Zatímco šikmé trámečky ležící v ose  $y$  a tedy kolmo na směr zatížení jsou namáhány pouze ohybovým momentem a posouvající silou, trámečky ležící v ose  $x$  a tedy ve směru zatížení jsou navíc namáhány i silou normálovou. Ta způsobuje změnu jejich délky, což je příčinou rozdílné velikosti deformace v obou směrech [55]. Pokud je tloušťka  $t$  dostatečně nízká a zároveň je malý i úhel  $\alpha$ , je ohybové namáhání dominantní a účinek normálové síly lze zanedbat. To je nejlépe vidět na obr. 7b, kde do určitého úhlu  $\alpha$  je Poissonův poměr velmi blízko hodnotě  $-1$ . Čím více jsou však trámečky natočeny do směru působící síly, tím významnější je vliv normálové síly a Poissonův poměr se tak postupně blíží nulové hodnotě. Zároveň je z této analýzy zřejmé, že Poissonův poměr v tomto případě nemůže nabývat vyšší hodnoty než právě  $-1$ .

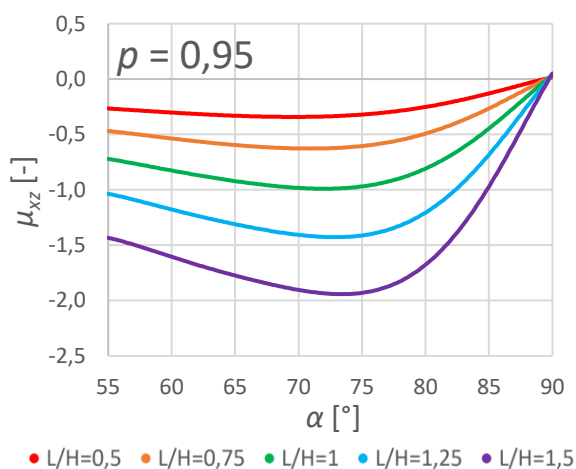
Poměrný modul pružnosti v tahu této struktury odpovídá výsledkům struktury A při jejím zatížení ve směru osy  $y$ . Vyjma úhlů  $\alpha$  blízkých  $90^\circ$  dosahuje tuhost této trojrozměrné struktury vyšších hodnot v porovnání s dvojrozměrnou variantou.



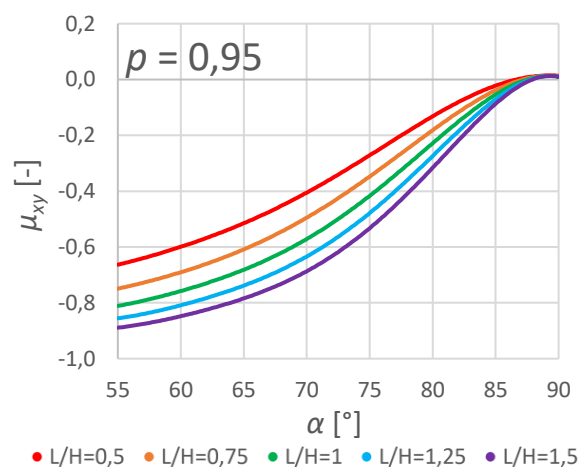
a)



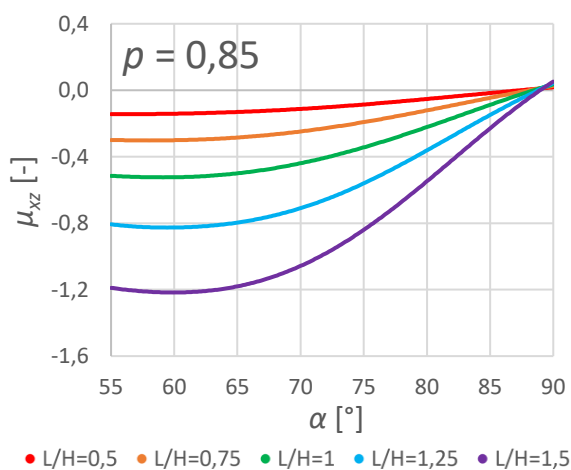
b)



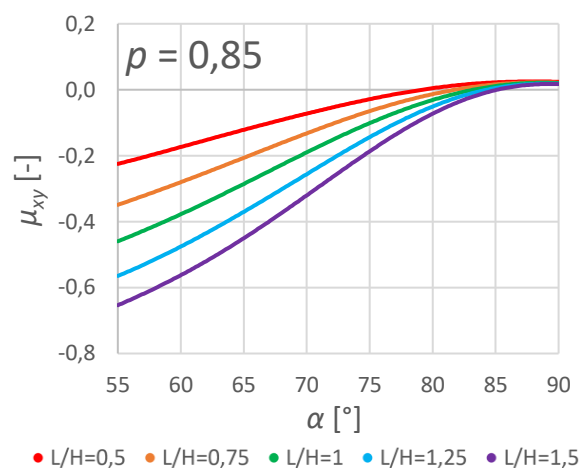
c)



d)

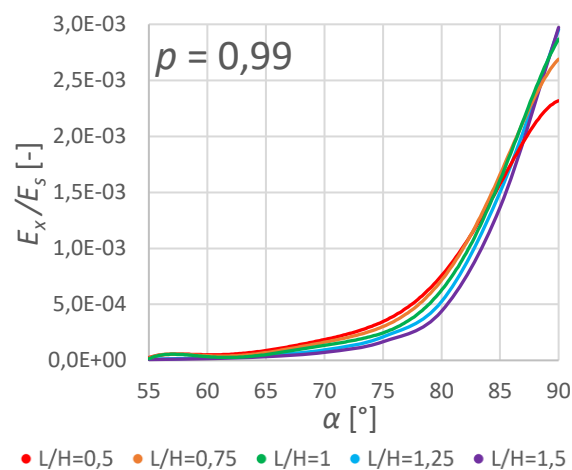


e)

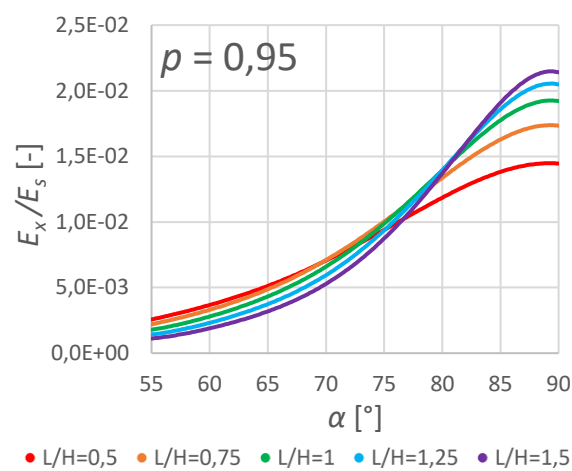


f)

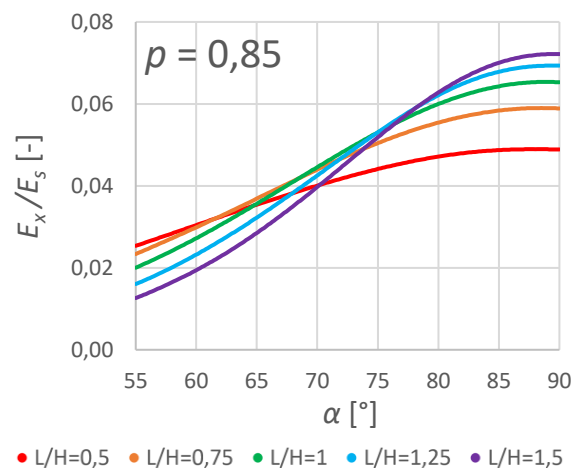
Obr. II.7: Hodnoty Poissonova poměru v příčném směru z pro porozitu: a)  $p = 0,99$ ; c)  $p = 0,95$ ; e)  $p = 0,85$ ; a v příčném směru y pro porozitu: b)  $p = 0,99$ ; d)  $p = 0,95$ ; f)  $p = 0,85$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměru  $L/H$  při zatížení struktury C ve směru osy x



a)



b)



c)

Obr. II.8: Hodnoty poměrného modulu pružnosti v tahu pro porozitu: a)  $p = 0,99$ ; b)  $p = 0,95$ ; c)  $p = 0,85$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměru  $L/H$  při zatížení struktury C ve směru osy  $x$

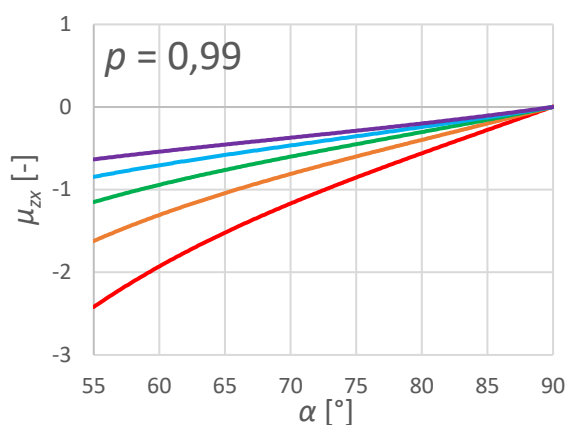
## Lineární analýza – zatížení v ose $z$

V tomto případě bylo zatížení předepsáno ve směru osy  $z$  na plochu B (obr. II.4), deformovaný tvar byl téměř shodný jako v předchozí analýze. Na obr. II.9 jsou znázorněny výsledky Poissonova poměru i poměrného modulu pružnosti v tahu. Kvůli symetrii buňky vzhledem k zatížení jsou hodnoty Poissonova poměru stejné jak v příčném směru  $x$ , tak i příčném směru  $y$ , z toho důvodu je zde zobrazena pouze první varianta.

I při tomto zatížení je zřetelně patrná analogie s dvojrozměrnou strukturou A, konkrétně s jejím zatížením v ose  $x$ , jehož výsledky jsou zobrazeny na obr. 4.3 v hlavní části práce. Stejně jako v předcházející analýze se ukazuje, že Poissonův poměr trojrozměrné struktury o dané porozitě odpovídá výsledkům dvojrozměrné struktury o porozitě nižší. To tedy znamená, že při stejné porozitě dosahuje tato struktura nižší velikosti Poissonova poměru oproti dvojrozměrné struktuře. Při překročení určité hodnoty porozity navíc přestává platit jednoznačná závislost velikosti Poissonova poměru na parametru  $L/H$ .

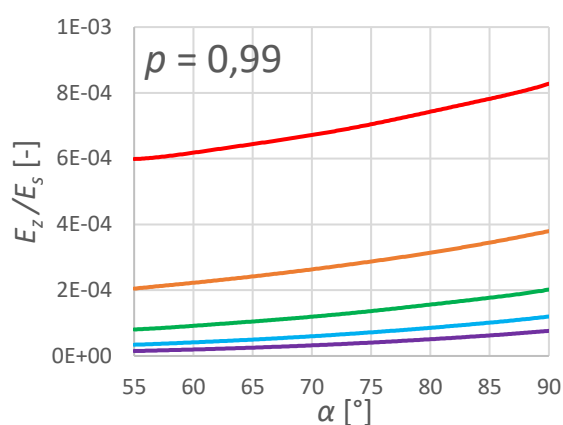
Zmíněná analogie je patrná i na výsledcích poměrného modulu pružnosti v tahu. Zde platí, že tvary příslušných závislostí jsou u obou variant prakticky totožné, trojrozměrná varianta však dosahuje při stejných parametrech vyšší tuhosti.

Ukazuje se tedy, že vliv geometrických parametrů je v obou případech zatížení totožný u plošné i prostorové varianty této struktury. Při porovnání obou variant lze obecně konstatovat, že při stejné porozitě a tedy množství použitého materiálu na jednotku objemu dosahuje dvojrozměrná struktura vyššího auxetického efektu, její tuhost je však u drtivé většiny modifikací nižší. Hlavní výhodou trojrozměrné struktury je ale záporný Poissonův poměr v obou kolmých příčných směrech. Na tyto závěry je nutné brát zřetel při úvaze, zda je pro konkrétní aplikaci vhodnější použít dvojrozměrnou, či trojrozměrnou variantu.



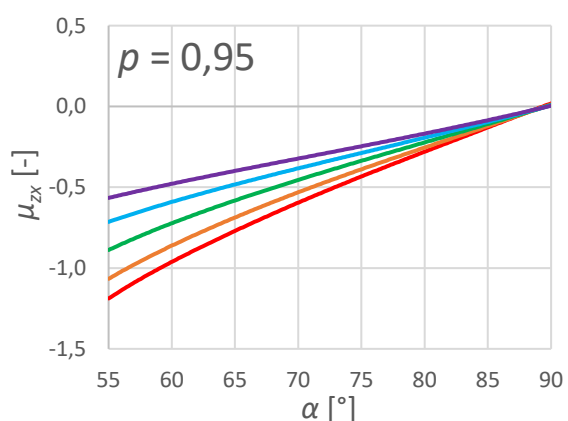
• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

a)



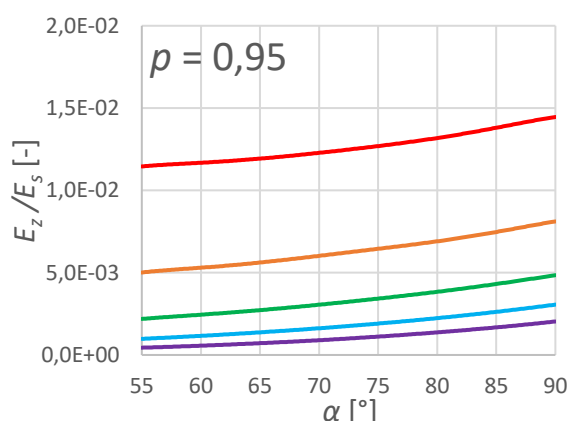
• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

b)



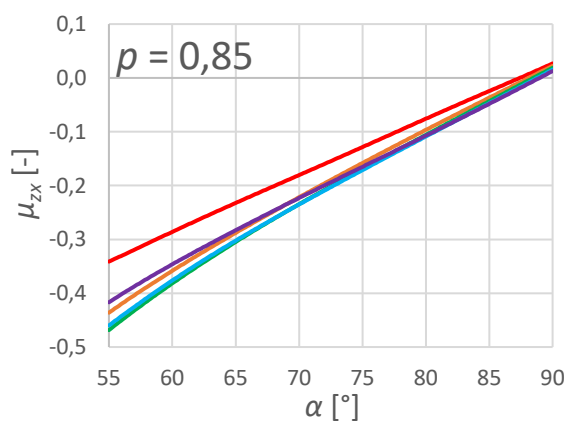
• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

c)



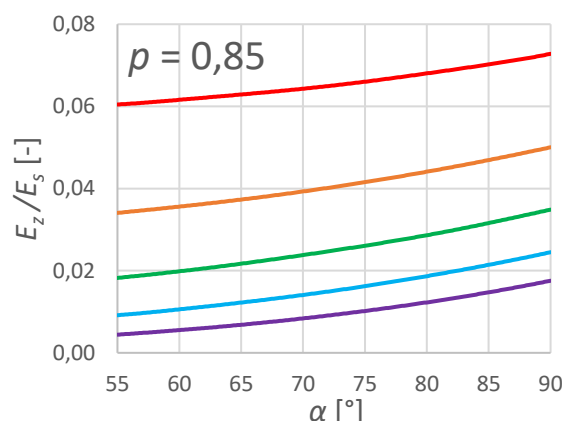
• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

d)



• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

e)



• L/H=0,5 • L/H=0,75 • L/H=1 • L/H=1,25 • L/H=1,5

f)

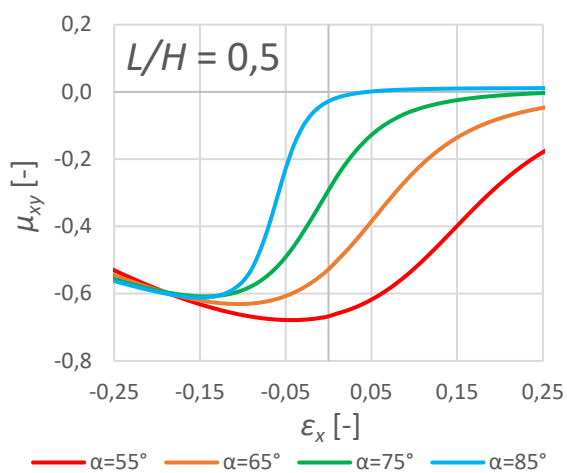
Obr. II.9: Hodnoty Poissonova poměru pro porozitu: a)  $p = 0,99$ ; c)  $p = 0,95$ ; e)  $p = 0,85$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro porozitu: b)  $p = 0,99$ ; d)  $p = 0,95$ ; f)  $p = 0,85$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměru  $L/H$  při zatížení struktury C ve směru osy z

## Nelineární analýza – zatížení v ose $x$

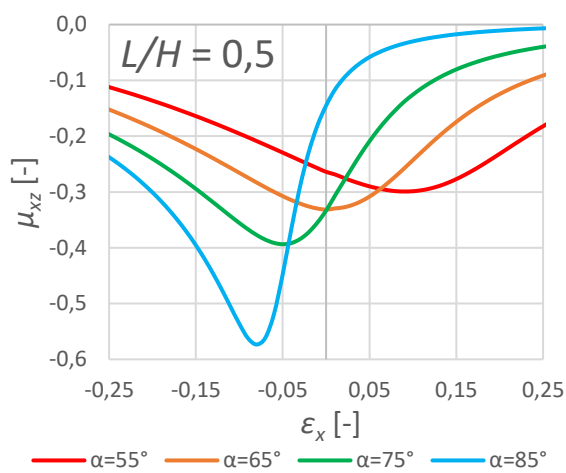
Buňka byla při této analýze podrobena tahovému i tlakovému zatížení aplikovanému na plochu A (obr. II.4) ve formě posuvu rozděleného na 50 dílčích kroků. Zjištěny byly výsledky Poissonova poměru v obou příčných směrech i výsledky poměrného modulu pružnosti v tahu v závislosti na deformaci pro  $p = 0,95$  (obr. II.10, obr. II.11) a  $p = 0,85$  (obr. II.12, obr. II.13).

V příčném směru  $z$  závislosti Poissonova poměru opět odpovídají výsledkům struktury A a platí závěry zjištěné v předchozí lineární analýze, tedy že při stejné porozitě nedosahuje trojrozměrná struktura tak velkého auxetického efektu. S klesající porozitou jsou také zvraty na jednotlivých křivkách čím dál méně výrazné. V příčném směru  $y$  se také na každé křivce nachází zřetelné minimum, které se s rostoucím počátečním úhlem  $\alpha$  a klesající porozitou posouvá na vodorovné ose směrem doleva. Stejně jako v příčném směru  $z$  i zde dochází ke zmírnění tohoto minima u struktury s nižší porozitou.

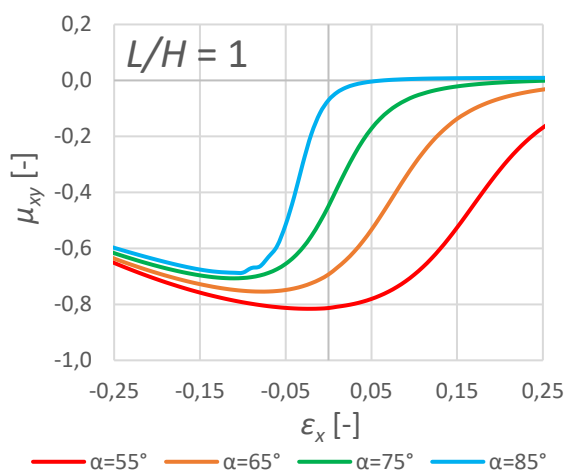
Křivky tuhosti jsou na celém zkoumaném intervalu rostoucí a konvergují k určité hodnotě odpovídající plnému natažení základní buňky. Velikost této hodnoty ovlivněna stejnými jevy jako u dvojrozměrné struktury. Průběh tuhosti se výrazně zmírňuje při poklesu porozity.



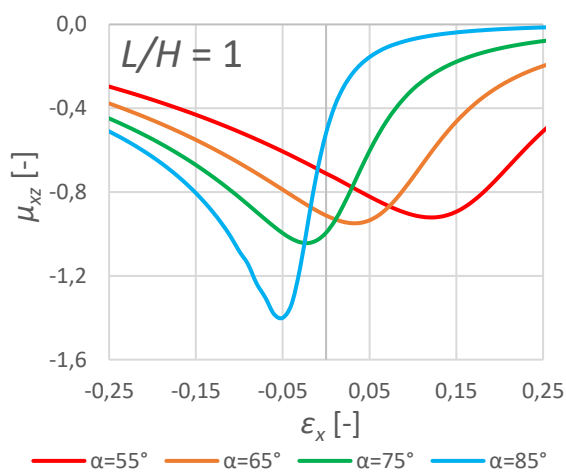
a)



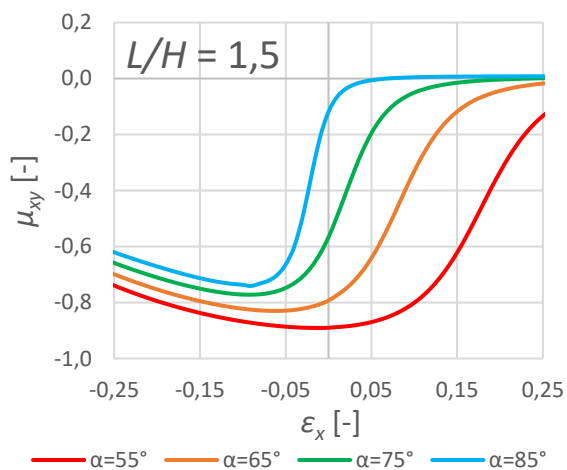
b)



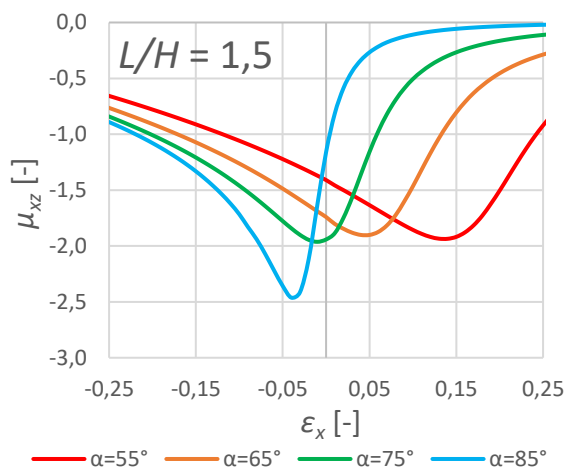
c)



d)



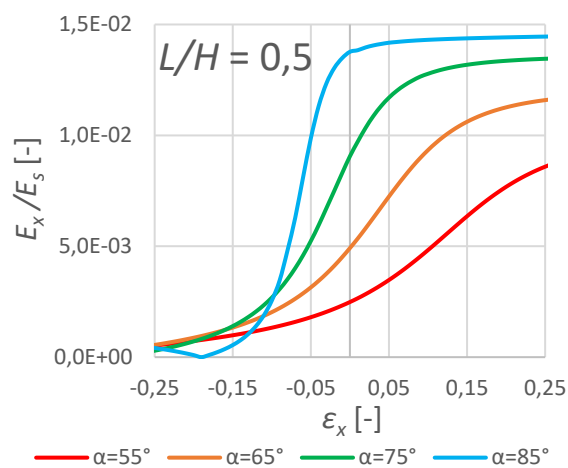
e)



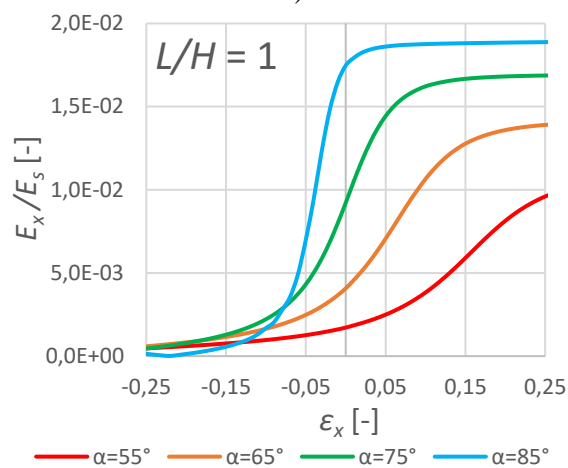
f)

Obr. II.10: Hodnoty Poissonova poměru v příčném směru y pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; c)  $L/H = 1$ ; e)  $L/H = 1,5$ ; a v příčném směru z pro parametr: b)  $L/H = 0,5$ ; d)  $L/H = 1$ ; f)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury C o porositě  $p = 0,95$  ve směru osy x

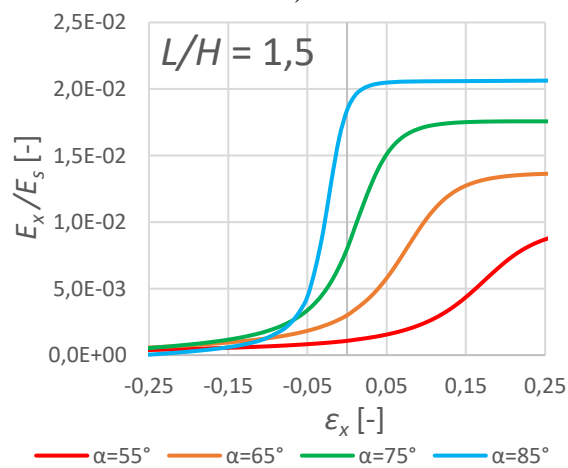




a)

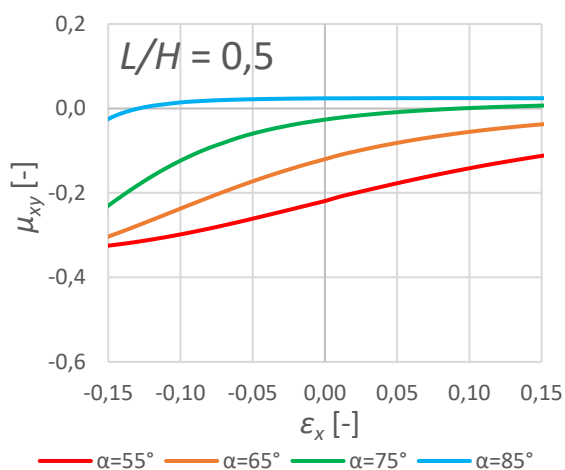


b)

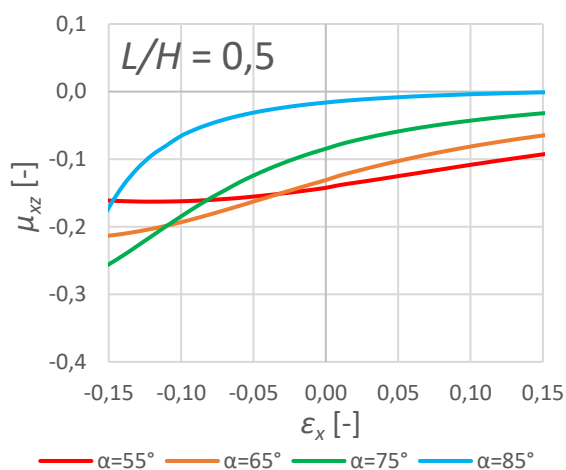


c)

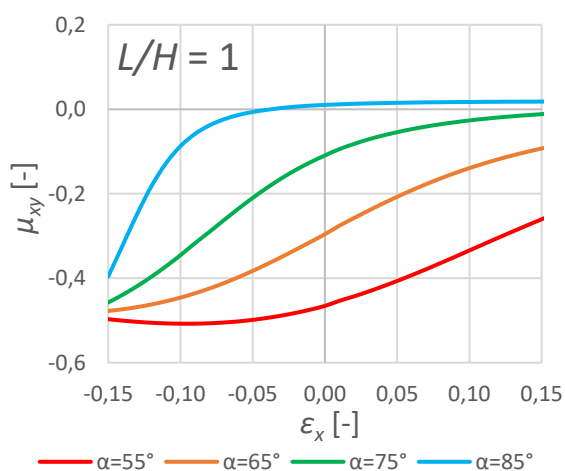
Obr. II.11: Hodnoty poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; b)  $L/H = 1$ ; c)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury C o porositě  $p = 0,95$  ve směru osy  $x$



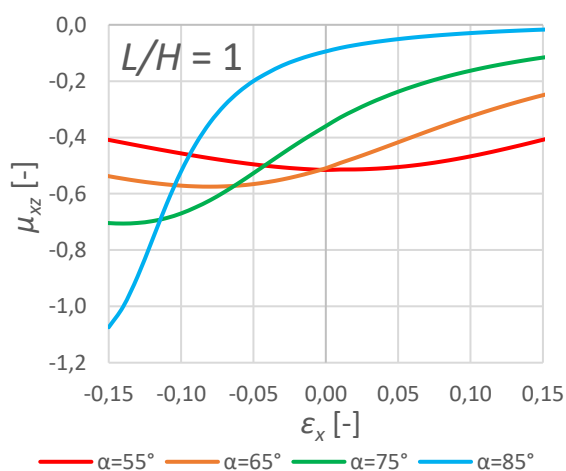
a)



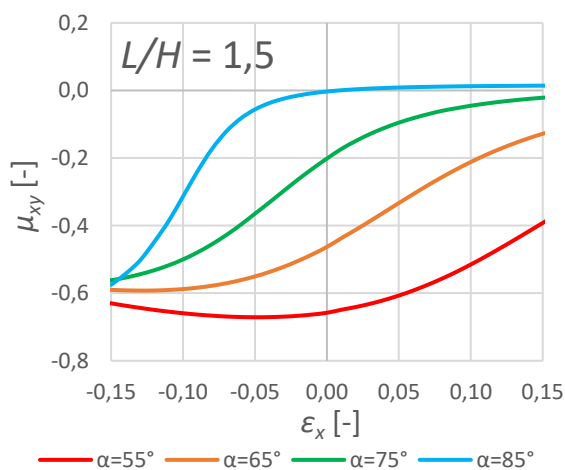
b)



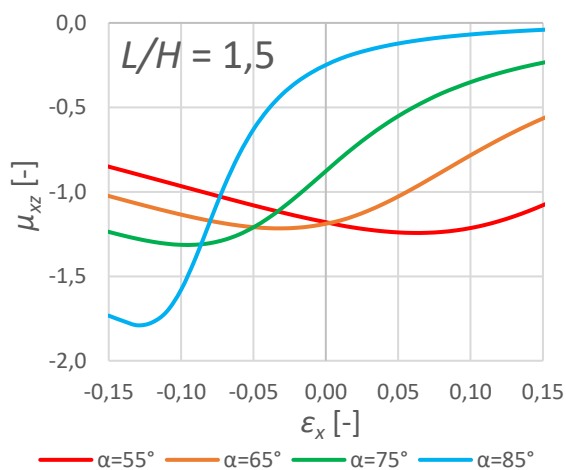
c)



d)

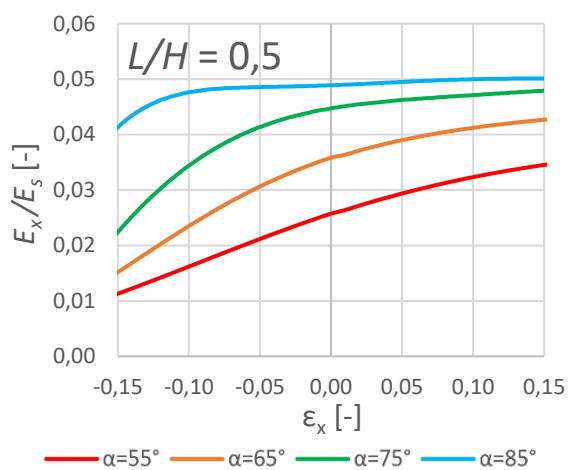


e)

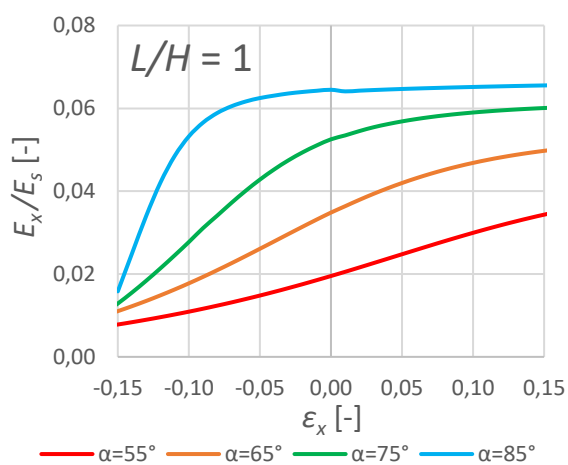


f)

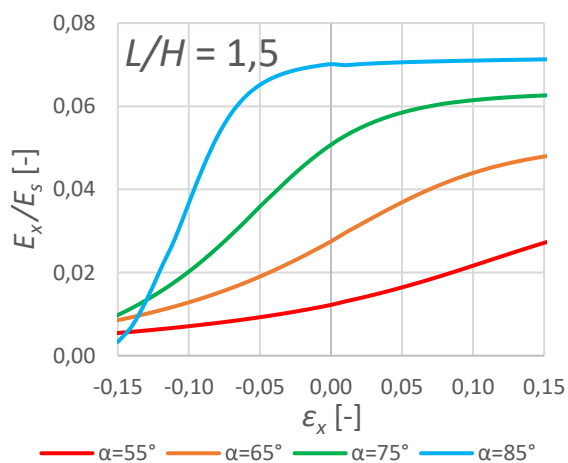
Obr. II.12: Hodnoty Poissonova poměru v příčném směru y pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; c)  $L/H = 1$ ; e)  $L/H = 1,5$ ; a v příčném směru z pro parametr: b)  $L/H = 0,5$ ; d)  $L/H = 1$ ; f)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury C o porozitě  $p = 0,85$  ve směru osy x



a)



b)



c)

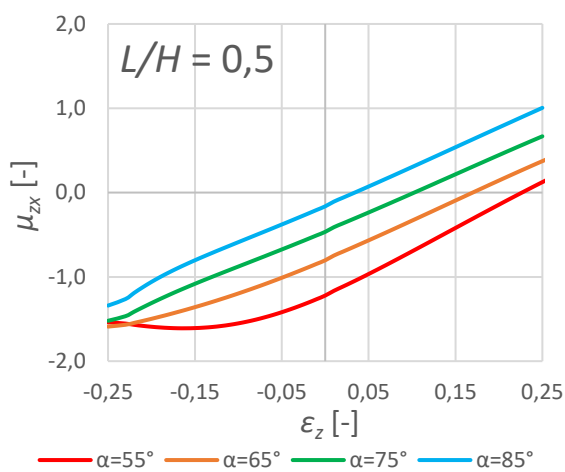
Obr. II.13: Hodnoty poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; b)  $L/H = 1$ ; c)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury C o porositě  $p = 0,85$  ve směru osy  $x$

## Nelineární analýza – zatížení v ose $z$

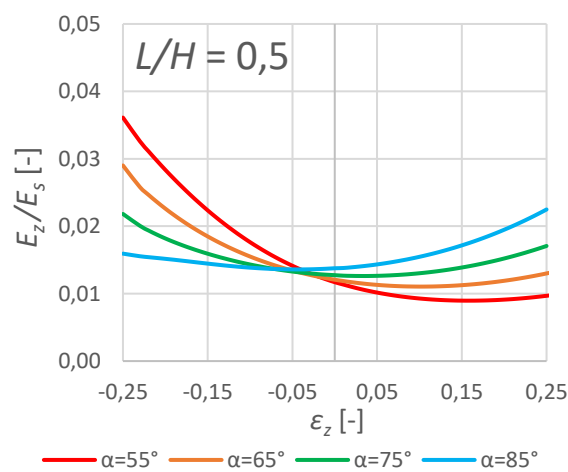
Oproti předcházejícím simulacím byl v tomto případě posuv reprezentující tahové, resp. tlakové zatížení předepsán ve směru osy  $z$  na plochu B (obr. II.4). Z důvodu symetrie buňky byl Poissonův poměr vyhodnocen pouze v jednom příčném směru. Závislosti obou elastických charakteristik jsou pro  $p = 0,95$  vykresleny na obr. II.14, pro  $p = 0,85$  na obr. II.15.

Získané výsledky je opět možné porovnat s výsledky struktury A při zatížení v ose  $x$  uvedenými na obr. 4.8 a obr. 4.9 v hlavní části práce. Průběhy Poissonova poměru jsou opět odpovídající, avšak dosahovaná velikost této veličiny je u této struktury při stejné porositě několikanásobně nižší. Body zvratu patrné např. na obr. 4.8 se zde již prakticky nevyskytují a závislosti jsou na zkoumaném intervalu ve velké části případů téměř lineární zejména při nižší porositě.

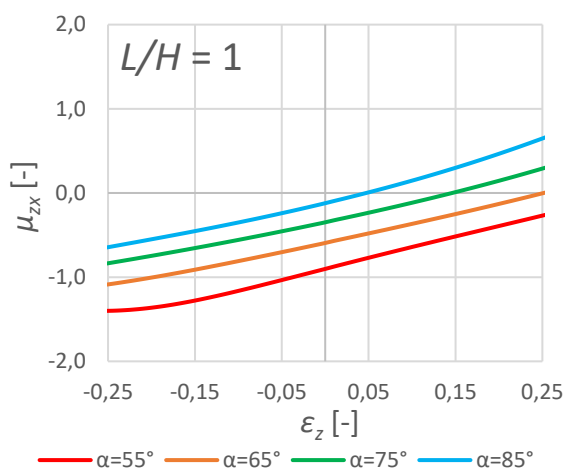
Tuhost této trojrozměrné varianty je oproti dvojrozměrné až na výjimky vyšší. Zároveň zde hodnoty tuhosti neprocházejí v průběhu deformace tak výraznými změnami. Při nízké porositě a počátečním úhlu  $\alpha$  je dokonce poměrný modul pružnosti v tahu během deformace téměř konstantní.



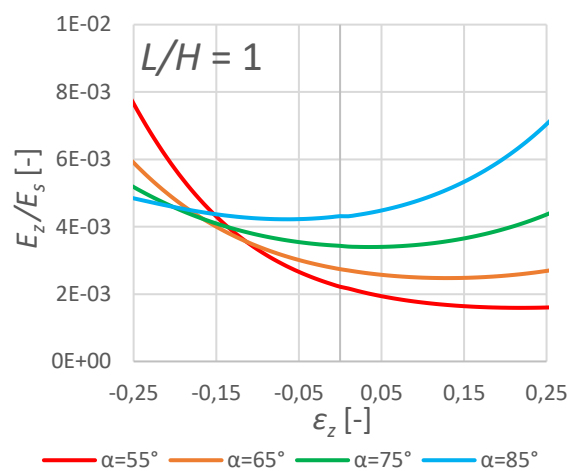
a)



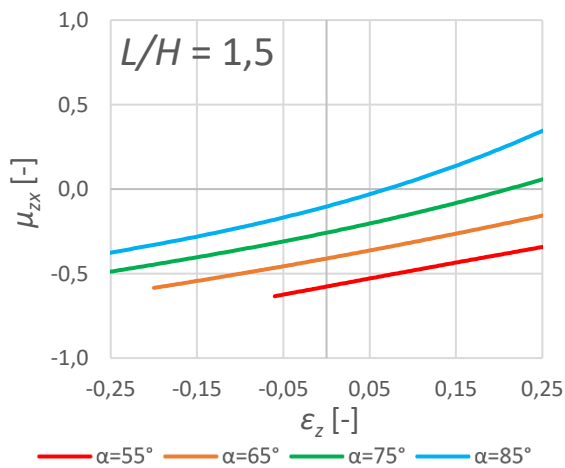
b)



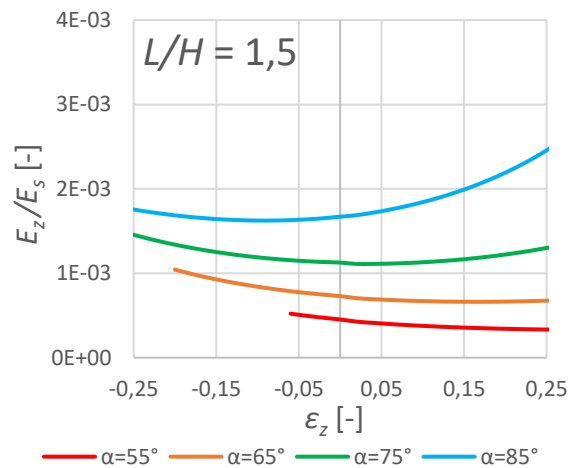
c)



d)

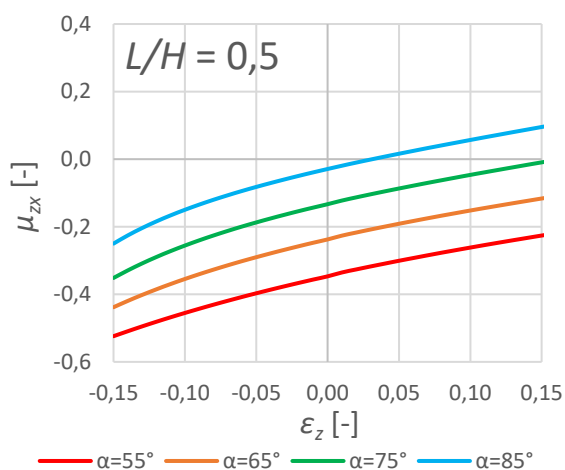


e)

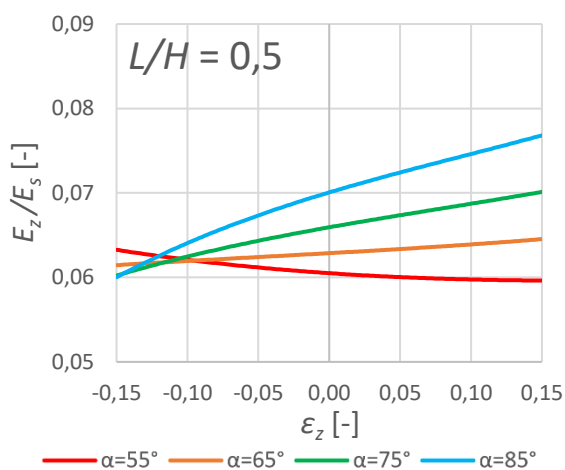


f)

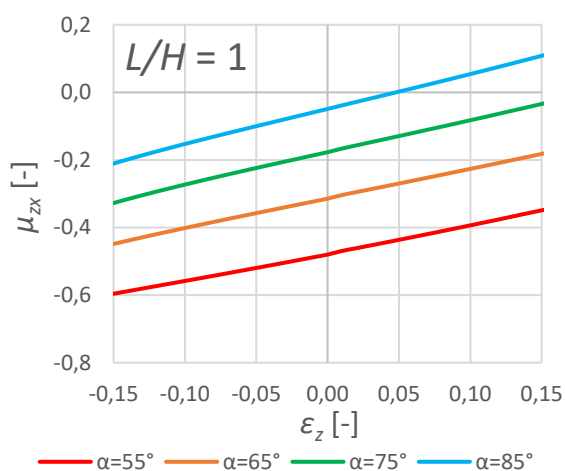
Obr. II.14: Hodnoty Poissonova poměru pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; c)  $L/H = 1$ ; e)  $L/H = 1,5$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: b)  $L/H = 0,5$ ; d)  $L/H = 1$ ; f)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury C o porositě  $p = 0,95$  ve směru osy z



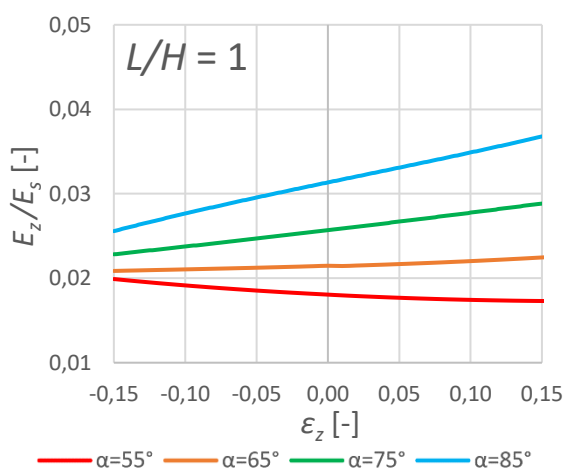
a)



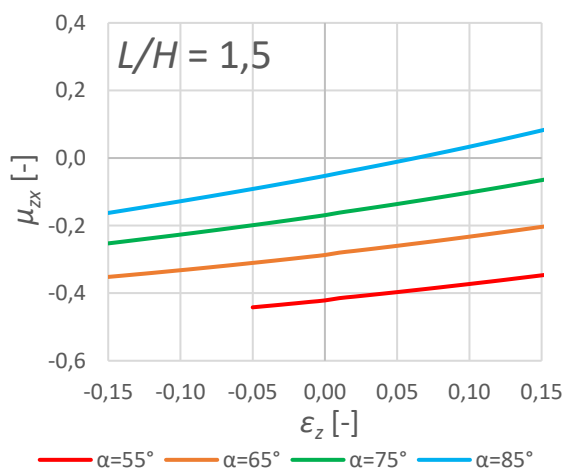
b)



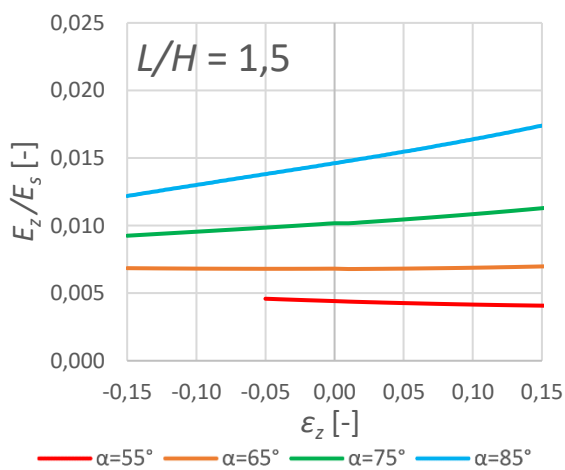
c)



d)



e)



f)

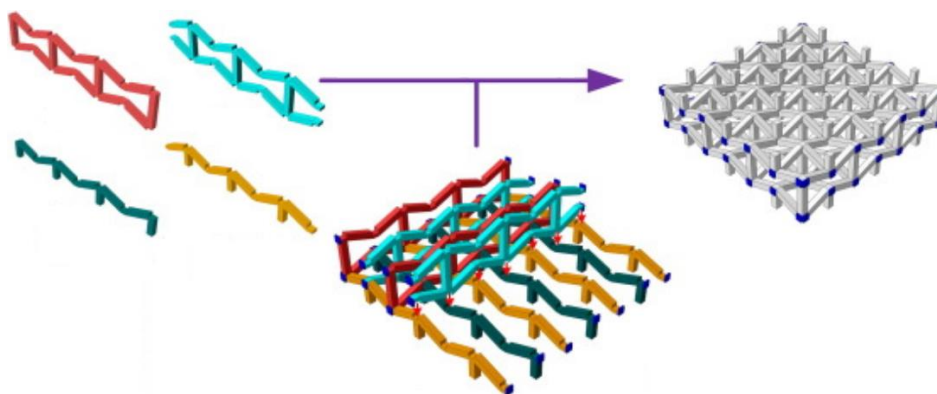
Obr. II.15: Hodnoty Poissonova poměru pro parametr: a)  $L/H = 0,5$ ; c)  $L/H = 1$ ; e)  $L/H = 1,5$ ; a poměrného modulu pružnosti v tahu pro parametr: b)  $L/H = 0,5$ ; d)  $L/H = 1$ ; f)  $L/H = 1,5$ ; v závislosti na úhlu  $\alpha$  a poměrné podélné deformaci při zatížení struktury C o porozitě  $p = 0,85$  ve směru osy  $z$

## II-C Porovnání s experimentem

Experimentální data byla za účelem porovnání výsledků čerpána z [56]. Pro tento experiment bylo zhotoveno celkem 5 různých modifikací *3D reentrant honeycomb* struktury lišící se pouze úhlem  $\alpha$ . Parametry těchto modifikací jsou uvedeny v tab. II.2. Na rozdíl od předcházejícího experimentu uvedeného v hlavní části práce zde byly elastické charakteristiky měřeny pouze pro malé deformace při zatížení v ose  $z$  – data by tak měla odpovídat výsledkům lineární úlohy. Vzorky použité v experimentu byly vyrobeny poměrně zajímavým způsobem. Namísto 3D tisku byly z ocelových plechů pomocí elektroerozivního drátového řezání vyhotoveny dvojrozměrné pláty, které byly poté poskládány do trojrozměrné struktury a svařeny (obr. II.16). Takto bylo vyrobeno celkem 5 různých struktur o rozměrech  $5 \times 5 \times 3$  buňky. Tyto vzorky byly stlačovány mezi dvěma deskami do hodnoty poměrné podélné deformace  $\varepsilon_z = 0,001$  a posuvy měřeny laserovým extensometrem pomocí reflexních pásků umístěných na okrajích vzorků.

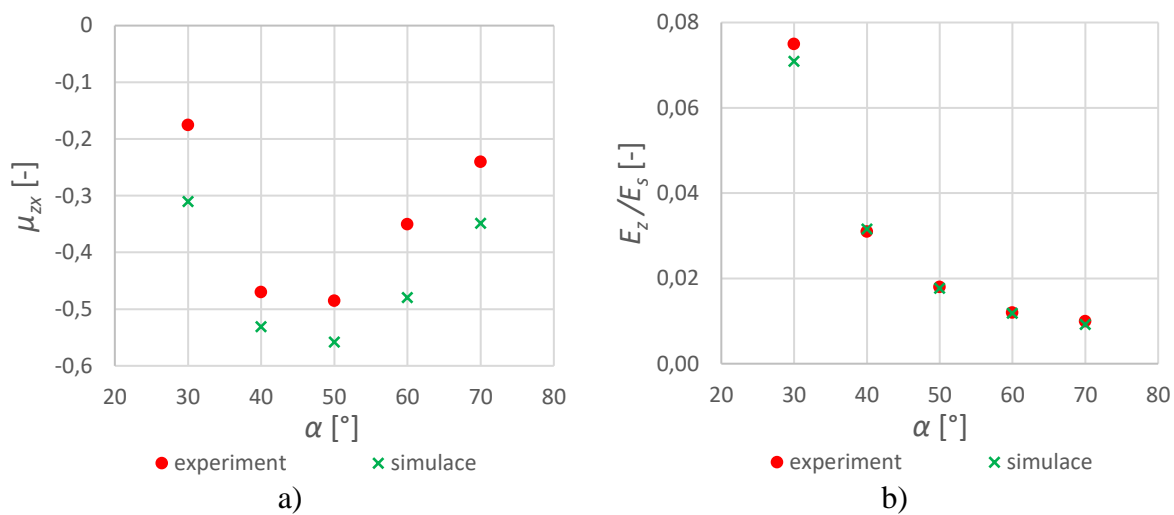
Tab. II.2: Rozměry vzorků použitých v experimentu; přepočítáno pro parametry použité v této práci dle [56]

$H$ [mm]	$L$ [mm]	$t$ [mm]	$\alpha$ [°]
8	8	1,79	30; 40; 50; 60; 70



Obr. II.16: Postup výroby vzorků použitých v experimentu [56]

Porovnání výsledků experimentu a numerických simulací je znázorněno na obr. II.17. Velmi dobrá shoda panuje v hodnotách poměrného modulu pružnosti v tahu. U Poissonova poměru je sice průběh obou závislostí stejný, nicméně některé hodnoty se výrazněji liší. Příčinou může být například skutečnost, že mezi deskami zatěžovacího stroje a vzorky působilo určité tření, které omezilo velikost příčné deformace a tím způsobilo menší velikost Poissonova poměru. Vliv na výsledky mohl mít i způsob výroby vzorků spojováním jednotlivých plátů. Obecně je ale možné prohlásit, že experimentální data potvrdila závislosti stanovené numerickými simulacemi.



Obr. II.17: Porovnání hodnot: a) Poissonova poměru; b) poměrného modulu pružnosti v tahu; získaných z experimentu [56] a numerických simulací struktury C při zatížení v ose z v závislosti na úhlu  $\alpha$